# Schriftliche Prüfung zum mittleren Schulabschluss

## Mathematik

**Hinweise und Beispiele** zu den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

## Impressum

**Herausgeber:**
Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung
Hamburger Straße 31, 22083 Hamburg

**Referatsleitung** Mathematisch-naturwissenschaftlich-technischer Unterricht:

Britta Kieke

**Fachreferentin** Mathematik für Stadtteilschulen:

Jennifer Waygood

**Redaktion:**

Jirko Michalski (Koordination)
Lis Nielsen
Anna Catharina Serck
Christine Töllner

**Vorwort und Schlussredaktion:**

Britta Kieke
Jennifer Waygood



**Internet:** http://www.hamburg.de/abschlusspruefungen

Hamburg 2018

## Inhaltsverzeichnis

1. Vorwort .......................................................................................... 4
2. Liste der Arbeitsaufträge ........................................................................ 5
3. Aufgabenübersicht ................................................................................. 8
4. Aufgaben, die ohne Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden
    4.1 Aufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen nach Leitideen ............ 10
    4.2 Beispiele zu den zentralen Prüfungsaufgaben ................................ 33
5. Komplexe Aufgaben zu den Leitideen mit Einsatz des Taschenrechners
    5.1 Aufgaben zur Leitidee Raum und Form sowie zur Leitidee Messen..... 56
    5.2 Aufgaben zur Leitidee funktionaler Zusammenhang ........................ 68
    5.3 Aufgaben zur Leitidee Daten und Zufall ......................................... 80

# 1. Vorwort

Sehr geehrte Kolleginnen und Kollegen,

die vorliegende Handreichung versteht sich als Ergänzung zu den „Regelungen für die zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben“ und enthält Übungsaufgaben und Beispiele für Prüfungsaufgaben, wie sie für die zentralen schriftlichen Abschlussprüfungen zum Erwerb des mittleren Schulabschlusses gestaltet sein werden.

Die Aufgabenstellungen berücksichtigen die im Rahmenplan Mathematik für die Stadtteilschule sowie die in den Bildungsstandards der KMK für den Mittleren Schulabschluss formulierten zentralen Ideen (Leitideen) und Anforderungen.

Das bisherige Heft mit Beispielaufgaben wurde vollständig überarbeitet. Dabei wurden folgende Aspekte berücksichtigt:

- Um dem Prüfling die Möglichkeit zu geben, Kompetenzen jeweils nur zu einer Leitidee zu überprüfen und zu üben, sind aus vorliegenden Prüfungsaufgaben kürzere, ohne Einsatz des Taschenrechners zu bearbeitende Übungsaufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen jeweils zu einer Leitidee erstellt worden.
  Es sind Tabellen mit den zugehörigen Anforderungen ergänzt worden, die eine Verknüpfung zwischen Aufgaben und Anforderungen herstellen. Hiermit soll ein Überblick über die mathematischen Inhalte der Leitideen gegeben werden, welcher allerdings keinen Anspruch auf Vollständigkeit hat.
- Im hilfsmittelfreien Teil stehen dem Prüfling zusätzlich sechs vollständige Prüfungsaufgabensätze zur Verfügung, die geeignet sind, das Aufgabenformat zu üben und auch den zeitlichen Rahmen erfahrbar zu machen.
- Der hilfsmittelfreie Teil wurde dem aktuellen Format angepasst: Aufgabe 1 umfasst somit 20 Teilaufgaben mit meist einschrittigem Lösungsweg; die restlichen 14 BWE verteilen sich auf Aufgaben mit mehrschrittigem Lösungsweg.
- Die Liste der verbindlichen Arbeitsaufträge (Operatoren) wurde dem aktuellen Stand angepasst. Die vorliegenden Aufgaben wurden entsprechend überarbeitet. Die Operatoren sind in den Aufgaben – wie in den Prüfungsaufgaben – fett gedruckt. Alle abgedruckten Beispiele für Prüfungsaufgaben entsprechen dem Format, das aktuell für die Prüfungen vorgesehen ist.
- Die komplexen Aufgaben, die mit Einsatz eines Taschenrechners gelöst werden, sind nach Leitideen geordnet, berücksichtigen die aktuellen Schwerpunktsetzungen und enthalten nur noch maximal sechs Teilaufgaben. Zu jeder Leitidee gibt es acht Beispiele.
- Soweit möglich wurde auf Anhänge zu Teilaufgaben – wie in den Prüfungsaufgaben – verzichtet. Notwendige Informationen und Abbildungen wurden direkt bei den Teilaufgaben eingefügt.
- Für die Schülerinnen und Schüler wurde eine Übersichtsseite eingefügt, in der notiert werden kann, welche Aufgabe wann und mit welchem Erfolg bearbeitet wurde.
- Die Lösungen wurden an vielen Stellen ausführlicher formuliert, sodass diese von den Schülerinnen und Schülern leichter selbstständig nachvollzogen werden können. Teilweise sind verschiedene Lösungswege dargestellt. Andere Lösungswege sind natürlich nach wie vor möglich.

Die Lösungen und Bewertungshinweise zu den Aufgaben werden in einem eigenen Heft zur Verfügung gestellt.
In der Hoffnung, dass die vorliegende Handreichung hilfreich für Ihre Unterrichtsarbeit und die Vorbereitung Ihrer Schülerinnen und Schüler auf die schriftliche Abschlussprüfung ist, wünschen wir Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern viel Erfolg!

Um die weitere Qualitätsentwicklung der Prüfungsaufgaben sind wir ständig bemüht, gern nehmen wir daher Ihre Rückmeldungen entgegen.

Dem Koordinator und den Mitgliedern der Arbeitsgruppe, die diese Handreichung erstellt haben, möchten wir sehr herzlich für die intensive und zeitaufwendige Arbeit danken.

Jennifer Waygood
Fachreferentin Mathematik
Stadtteilschulen

Britta Kieke
Referatsleiterin
MINT-Referat

# 2. Liste der Arbeitsaufträge

Mehr noch als bei dezentralen Aufgaben, die immer im Kontext gemeinsamer Erfahrungen der Lehrenden und Lernenden mit vorherigen Klassenarbeiten stehen, müssen zentrale Prüfungsaufgaben für die Schülerinnen und Schüler eindeutig hinsichtlich des Arbeitsauftrages und der erwarteten Leistung formuliert sein. Die in den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben verwendeten Arbeitsaufträge (Operatoren) werden in der folgenden Tabelle definiert und inhaltlich gefüllt. Entsprechende Formulierungen in den vorausgehenden Klassenarbeiten sind ein wichtiger Teil der Vorbereitung auf den mittleren Schulabschluss.

Neben Definitionen und Beispielen enthält die Tabelle auch Zuordnungen zu den Anforderungsbereichen **I, II** und **III** wobei die konkrete Zuordnung auch vom Kontext der Aufgabenstellung abhängen kann und eine scharfe Trennung der Anforderungsbereiche nicht immer möglich ist.

**Anforderungsbereich I: Reproduzieren**

Dieses Niveau umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.

**Anforderungsbereich II: Zusammenhänge herstellen**

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.

**Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren**

Dieses Niveau umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u.a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

| Arbeitsaufträge | Definitionen | Beispiele |
|---|---|---|
| **angeben, nennen**<br>**I-II** | Formulierung eines Sachverhaltes, aufzählen von Fakten etc. ohne Begründung und ohne Lösungsweg | Gib an, wofür die Variable $m$ in der Geradengleichung $y = mx + b$ steht.<br>Nenne ein Beispiel, in dem lineare Funktionen in der Realität auftreten. |
| **auseinander-setzen**<br>**II-III** | kreativer Prozess, mindestens auf dem Anforderungsniveau II | Setze dich mit den Äußerungen der Schülerinnen und Schüler auseinander. (z. B.: Aufgabe 11, Bildungsstandards) |
| **auswählen**<br>**I-II** | ohne Begründung aus mehreren Angeboten eines auswählen | Wähle ohne Hilfe des Taschenrechners diejenige Zahl aus, die dem Wert von $\sqrt{199}$ am nächsten kommt. |
| **begründen**<br>**II-III** | für einen angegebenen Sachverhalt einen Begründungszusammenhang herstellen | Begründe, warum der abgebildete Graph die Situation nicht richtig beschreibt.<br>Begründe, warum eine quadratische Gleichung höchstens zwei Lösungen hat. |

| Arbeitsaufträge | Definitionen | Beispiele |
|---|---|---|
| **berechnen**<br>**I-II** | Ergebnis von einem Ansatz ausgehend durch nachvollziehbare Rechenoperationen gewinnen<br>Die Wahl der Mittel kann eingeschränkt sein. | Berechne ohne Benutzung des Taschenrechners den Wert des Terms $2^3 + 3^2$. |
| **beschreiben**<br>**II-III** | Darstellung eines Sachverhalts oder Verfahrens in Textform unter Verwendung der Fachsprache<br>Hierbei sollten vollständige Sätze gebildet werden. Es sind auch Einschränkungen möglich. | Beschreibe, wie sich $A$ ändert, wenn $x$ größer wird.<br>Beschreibe, wie man den Flächeninhalt dieser Figur bestimmen kann.<br>Beschreibe in Stichworten. |
| **bestätigen**<br>**I-II** | eine Aussage oder einen Sachverhalt durch Anwendung einfacher Mittel (rechnerisch wie argumentativ) sichern | Bestätige, dass in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit unter 10 % liegt. |
| **bestimmen, ermitteln**<br>**II-III** | Darstellung des Lösungsweges und Formulierung des Ergebnisses<br>Die Wahl der Mittel kann frei, unter Umständen auch eingeschränkt sein. | Bestimme die Lösung der Gleichung $\sqrt{x} + x = 12$.<br>Bestimme die Lösung der Gleichung $3x - 5 = 5x + 3$ durch Äquivalenzumformungen.<br>Bestimme grafisch den Schnittpunkt. |
| **beurteilen**<br>**III** | zu einem Sachverhalt ein selbstständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren | Beurteile, welche der beiden vorgeschlagenen Funktionen das ursprüngliche Problem besser darstellt.<br>Beurteile die Diskussion von Yildiz und Sven. |
| **entscheiden**<br>**II-III** | sich bei Alternativen begründet und eindeutig auf eine Möglichkeit festlegen | Entscheide, mit welchen der vorgeschlagenen Formeln man das Volumen des abgebildeten Körpers berechnen kann.<br>Entscheide, welcher Graph zu welcher Funktionsgleichung gehört. |
| **ergänzen, vervollständigen**<br>**I** | Tabellen, Ausdrücke oder Aussagen nach bereits vorliegenden Kriterien, Formeln oder Mustern füllen | Ergänze die fehlenden Werte.<br>Vervollständige die Tabelle. |
| **erstellen**<br>**I-II** | einen Sachverhalt in übersichtlicher, meist fachlich üblicher oder vorgegebener Form darstellen | Erstelle eine Wertetabelle für die Funktion.<br>Erstelle eine Planfigur. |
| **interpretieren**<br>**II-III** | die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung auf das ursprüngliche Problem rückübersetzen | Interpretiere deine Lösung in Bezug auf die ursprüngliche Frage.<br>Interpretiere die Bedeutung der Variablen $d$ vor dem Hintergrund des Problems. |

| Arbeitsaufträge | Definitionen | Beispiele |
|---|---|---|
| **konstruieren**<br>**II-III** | Die einzelnen Handlungsschritte zur Anfertigung einer genauen Zeichnung folgen einem mathematischen Konzept. Dies ist in der Zeichnung erkennbar.<br>Die Hilfsmittel werden benannt, müssen aber gegebenenfalls nicht alle verwendet werden. | Konstruiere mit Hilfe von Zirkel und Lineal die Mittelsenkrechte der Strecke $\overline{AB}$.<br>Konstruiere mit Hilfe des Geodreiecks ein Dreieck ABC mit $\alpha = 25°$, $c = 4$ cm, $h_c = 1{,}5$ cm. |
| **skizzieren**<br>**I-II** | grafische Darstellung der wesentlichen Eigenschaften eines Objektes, auch Freihandskizze möglich | Skizziere den Verlauf des Graphen.<br>Skizziere die Figur, die im Text beschrieben wird. |
| **vergleichen**<br>**II-III** | nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln und darstellen | Vergleiche Umfang und Flächeninhalt der drei Figuren. |
| **zeichnen**<br>**I-II** | möglichst genaue Anfertigung einer grafischen Darstellung | Zeichne den Graphen der Funktion. |
| **zeigen, nachweisen**<br>**III** | eine Aussage, einen Sachverhalt nach gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen | Zeige, dass das betrachtete Viereck ein Drachenviereck ist. |
| **zuordnen**<br>**I** | ohne tiefer gehende Erläuterung eine Verbindung zwischen zwei Listen herstellen | Ordne die Füllgraphen den Gefäßen zu. |

# 3. Aufgabenübersicht

## Aufgaben, die ohne Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden

Aufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen nach Leitideen

| Leitidee | Seite | bearbeitet | kontrolliert | Punkte | ☺ | 😐 | ☹ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Zahl – Teil 1 | 10 | | | | | | |
| Zahl – Teil 2 | 12 | | | | | | |
| Messen | 14 | | | | | | |
| Raum und Form | 17 | | | | | | |
| Funktionaler Zusammenhang – Teil 1 | 20 | | | | | | |
| Funktionaler Zusammenhang – Teil 2 | 23 | | | | | | |
| Daten und Zufall – Teil 1 | 26 | | | | | | |
| Daten und Zufall – Teil 2 | 29 | | | | | | |

Beispiele zu den zentralen Prüfungsaufgaben

| Prüfungsaufgabe | Seite | bearbeitet | kontrolliert | Punkte | ☺ | 😐 | ☹ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. Beispiel | 33 | | | | | | |
| 2. Beispiel | 37 | | | | | | |
| 3. Beispiel | 41 | | | | | | |
| 4. Beispiel | 45 | | | | | | |
| 5. Beispiel | 49 | | | | | | |
| 6. Beispiel | 52 | | | | | | |

## Komplexe Aufgaben zu den Leitideen mit Einsatz des Taschenrechners

### Aufgaben zur Leitidee Raum und Form sowie zur Leitidee Messen

| Raum und Form sowie Messen | Seite | bearbeitet | kontrolliert | Punkte | ☺ | 😐 | ☹ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Wassertank | 56 | | | | | | |
| Kartenhaus | 57 | | | | | | |
| Windpark | 58 | | | | | | |
| Der schiefe Turm von Pisa | 60 | | | | | | |
| Billard | 61 | | | | | | |
| Pyramiden im Freizeitpark | 63 | | | | | | |
| Ballschachtel | 65 | | | | | | |
| Water Walking Ball | 66 | | | | | | |

### Aufgaben zur Leitidee funktionaler Zusammenhang

| funktionaler Zusammenhang | Seite | bearbeitet | kontrolliert | Punkte | ☺ | 😐 | ☹ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Europapassage | 68 | | | | | | |
| Feuerwerksraketen und Wasserraketen | 70 | | | | | | |
| Besuch im Tierpark | 72 | | | | | | |
| Autofahrten | 73 | | | | | | |
| Parabelflug | 75 | | | | | | |
| Wasserfontäne | 77 | | | | | | |
| Flöhe | 78 | | | | | | |
| Schützenfisch | 79 | | | | | | |

### Aufgaben zur Leitidee Daten und Zufall

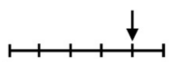
| Daten und Zufall | Seite | bearbeitet | kontrolliert | Punkte | ☺ | 😐 | ☹ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Schweinerei | 80 | | | | | | |
| Stadtbus | 82 | | | | | | |
| (Gezinkte) Münzen | 84 | | | | | | |
| Klassendienste | 86 | | | | | | |
| Eiskunstlauf | 88 | | | | | | |
| Fremdsprachen | 89 | | | | | | |
| Blutgruppen | 90 | | | | | | |
| Hamburg-Marathon | 92 | | | | | | |

# 4. Aufgaben, die ohne Einsatz des Taschenrechners bearbeitet werden

## 4.1 Aufgaben zur Überprüfung der Kompetenzen nach Leitideen

Mit den folgenden Tests kannst du deine Kompetenzen in den verschiedenen Leitideen überprüfen und herausfinden, in welchen Bereichen du noch üben musst.
Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung". Eine Begründung wird nicht verlangt.

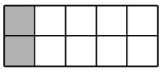
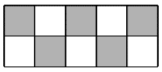
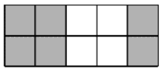
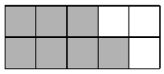
**Leitidee „Zahl" (Teil 1)**

| | Aufgabe | A | B | C | D | Lösung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | $33 \cdot (-99) =$ | $-3\,267$ | $-297$ | 297 | 3 267 | |
| 2. | $(-231) : (-3) =$ | $-87$ | $-77$ | 77 | 87 | |
| 3. | $(-3) + (-9) =$ | $-12$ | $-6$ | 6 | 12 | |
| 4. | $7 \cdot 68 - 7 \cdot 58 =$ | 70 | 98 | 156 | 544 | |
| 5. | $6 - 4 : (7 - 3) =$ | 0,25 | 0,5 | 5 | 25 | |
| 6. | 12,755 auf Hundertstel gerundet ist | 12,7 | 12,75 | 12,76 | 12,8 | |
| 7. | Die kleinste Zahl ist | 0,2 | 0,5 | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{8}$ | |
| 8. | Die größte Zahl ist | $-0,69$ | $-0,96$ | $-0,691$ | $-0,961$ | |
| 9. | Genau in der Mitte von $-3$ und +2 liegt | $-1$ | $-0,5$ | 0 | 0,5 | |
| 10. |  **7** **8** Der Pfeil markiert den Wert | 7,4 | 7,45 | 7,8 | 7,9 | |
| 11. | Wie groß ist die Differenz von $\frac{7}{10}$ und $\frac{3}{8}$? | $-\frac{13}{40}$ | $\frac{4}{2}$ | $\frac{4}{40}$ | $\frac{13}{40}$ | |
| 12. | $\frac{4}{7} : \frac{8}{21} =$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{21}{56}$ | $1\frac{1}{2}$ | |
| 13. | $\frac{1}{9} =$ | 0,01 | $0,0\overline{1}$ | 0,1 | $0,\overline{1}$ | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 14. | $\frac{1}{8} - 0{,}05 =$ | 0,075 | 0,12 | 0,2 | 1,75 | |
| 15. | $\frac{a}{2} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{2}{a} \cdot b =$ | $\frac{1}{b^2}$ | $\frac{b}{a}$ | 1 | $2b$ | |

| **KOMPETENZEN:** | kann ich | muss ich üben |
|---|---|---|
| **Ich kann …** | | |
| … mit rationalen Zahlen rechnen (Nr. 1, 2, 3). | | |
| … Rechenregeln anwenden (Nr. 4, 5). | | |
| … Ergebnisse sachgerecht runden (Nr. 6). | | |
| … Zahlen ordnen (Nr. 7, 8, 9, 10). | | |
| … mit Brüchen und Dezimalzahlen rechnen (Nr. 11, 12, 13, 14, 15). | | |

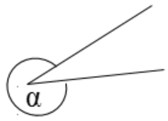
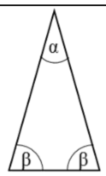
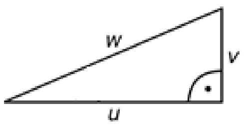
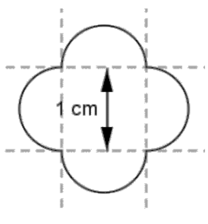
## Leitidee „Zahl“ (Teil 2)

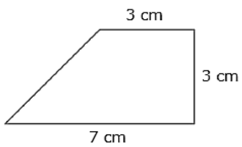
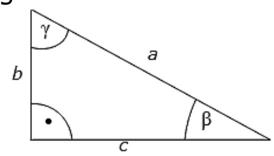
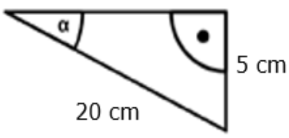
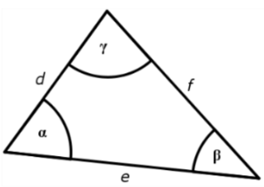
| | Aufgabe | A | B | C | D | Lösung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Welche graue Fläche entspricht dem Anteil von 60 %? |  |  |  |  | |
| 2. | 9 von 30 Kindern haben kein Handy. Das sind | 3 % | 9 % | 27 % | 30 % | |
| 3. | Ein Kleid kostet 18 €. Die Kundin bekommt 20 % Rabatt. Das Kleid kostet jetzt | 14,40 € | 16 € | 20 € | 21,60 € | |
| 4. | In einer 10. Klasse sind 3 Schüler 18 Jahre alt. Das sind 12 % der Schüler. Die Klasse hat also | 12 Schüler | 18 Schüler | 24 Schüler | 25 Schüler | |
| 5. | Lena hat 480 € auf ihrem Konto. Wie hoch ist ihr Guthaben nach einem Jahr bei einem Zinssatz von 1,5 %? | 472,80 € | 487,20 € | 552 € | 720 € | |
| 6. | Bei einem jährlichen Zinssatz von 2 % ist ein Kapital von 1 000 € nach zwei Jahren angewachsen auf | 1 002,20 € | 1 020 € | 1 040,40 € | 1 400 € | |
| 7. | Joy überzieht ihr Konto 3 Monate mit 500 €. Wie viel muss sie bei einem jährlichen Zinssatz von 10 % zurück zahlen? | 500 € | 512,50 € | 550 € | 650 € | |
| 8. | $10^{-4} =$ | 0,0001 | 0,001 | 1 000 | 10 000 | |
| 9. | 0,064 = | $0{,}004^3$ | $0{,}04^3$ | $0{,}4^3$ | $4^3$ | |
| 10. | $2^3 \cdot 2^2 =$ | $2^5$ | $2^6$ | $4^5$ | $4^6$ | |
| 11. | $\sqrt{8}$ liegt zwischen | 1,5 und 2 | 2 und 2,5 | 2,5 und 3 | 3 und 3,5 | |

| | Aufgabe | A | B | C | D | Lösung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 12. | $\sqrt{\frac{25}{625}} =$ | 0,2 | $0,\overline{3}$ | 0,4 | $\sqrt{6}$ | |
| 13. | $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} =$ | $\sqrt{3}$ | 3 | $3 \cdot \sqrt{3}$ | 9 | |
| 14. | $\left(\sqrt[3]{8}\right)^2 =$ | 2 | 4 | 6 | 8 | |
| 15. | $\sqrt{-4} =$ | $-2$ | 2 | 16 | nicht lösbar (in $\mathbb{R}$ ) | |

| KOMPETENZEN: | kann ich | muss ich üben |
|---|---|---|
| **Ich kann …** | | |
| … Aufgaben zur Prozentrechnung lösen (Nr. 1, 2, 3, 4). | | |
| … Aufgaben zur Zinsrechnung lösen (Nr. 5, 6, 7). | | |
| … die Potenzschreibweise anwenden und mit Potenzen rechnen (Nr. 8, 9, 10). | | |
| … mit Wurzeln rechnen (Nr. 11, 12, 13, 14, 15). | | |

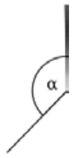
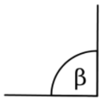
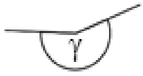
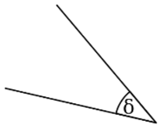
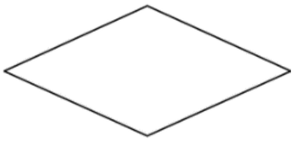
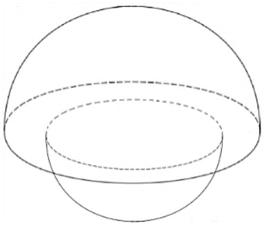
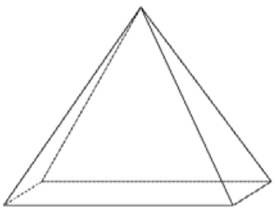
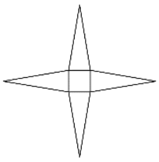
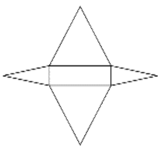
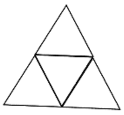
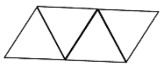
## Leitidee „Messen“

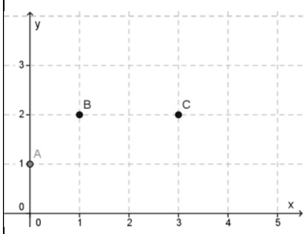
| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Die Breite eines Zeigefingers eines Erwachsenen beträgt etwa | 0,0001 m | 0,001 m | 0,01 m | 0,1 m | |
| 2. | Der Winkel $\alpha$ hat eine Größe von etwa   | 25° | 115° | 275° | 335° | |
| 3. | Die (Innen-) Winkelsumme eines Drachens beträgt | 90° | 180° | 360° | 540° | |
| 4. | $\alpha = 40°$<br>$\beta =$   | 70° | 90° | 110° | 140° | |
| 5. | In diesem Dreieck gilt:   | $w^2 + v^2 = u^2$ | $v = \sqrt{w^2 - u^2}$ | $w = \sqrt{u^2 - v^2}$ | $u = \sqrt{v^2 - w^2}$ | |
| 6. | Ein Dreieck mit einer Höhe von 6 cm und einer Grundseite von 8 cm hat den gleichen Flächeninhalt wie ein Rechteck mit den Seiten | $a$ = 3 cm<br>$b$ = 16 cm | $a$ = 6 cm<br>$b$ = 16 cm | $a$ = 6 cm<br>$b$ = 8 cm | $a$ = 3 cm<br>$b$ = 8 cm | |
| 7. | Der Umfang der Figur beträgt   | $0{,}5 \cdot \pi$ cm | $\pi$ cm | $2 \cdot \pi$ cm | $4 \cdot \pi$ cm | |
| 8. | Ein Prisma hat eine Grundfläche von 7 $cm^2$ und eine Höhe von 4 cm. Das Volumen beträgt | 28 $cm^3$ | 28 $cm^2$ | 14 $cm^3$ | 14 $cm^2$ | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 9. | Ein Quader mit einem Oberflächeninhalt von $40\ \text{cm}^2$ hat die Kantenlängen | $a = 4$ cm<br>$b = 3$ cm<br>$c = 1$ cm | $a = 4$ cm<br>$b = 3$ cm<br>$c = 2$ cm | $a = 4$ cm<br>$b = 2$ cm<br>$c = 2$ cm | $a = 4$ cm<br>$b = 3$ cm<br>$c = 3$ cm | |
| 10. | Ein Rechteck mit ganzzahligen Seitenlängen hat einen Umfang von 24 cm. Der Flächeninhalt ist niemals | $14\ \text{cm}^2$ | $20\ \text{cm}^2$ | $32\ \text{cm}^2$ | $35\ \text{cm}^2$ | |
| 11. | Bestimme den Umfang der Figur.<br><br>*nicht maßstabsgerecht* | 14 cm | 16 cm | 17 cm | 18 cm | |
| 12. | In diesem Dreieck gilt:<br> | $\tan\beta = \frac{b}{a}$ | $\tan\beta = \frac{b}{c}$ | $\tan\gamma = \frac{c}{a}$ | $\tan\gamma = \frac{b}{c}$ | |
| 13. | In einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$ gilt **nicht** | $c$ ist die Hypotenuse zu $\beta$ | $a$ ist die Ankathete zu $\beta$ | $b$ ist die Hypotenuse zu $\gamma$ | $b$ ist die Ankathete zu $\alpha$ | |
| 14. | Die Größe des Winkels $\alpha$ wird bei der Taschenrechner-eingabe angezeigt mit<br><br>*nicht maßstabsgerecht* | $\sin^{-1}(0{,}25)$ | $\sin^{-1}(0{,}5)$ | $\sin^{-1}(4)$ | $\sin^{-1}(40)$ | |
| 15. | In folgendem Dreieck gilt:<br> | $\frac{e}{\sin\beta} = \frac{f}{\sin\gamma}$ | $\frac{e}{\sin\beta} = \frac{d}{\sin\gamma}$ | $\frac{d}{\sin\beta} = \frac{e}{\sin\gamma}$ | $\frac{f}{\sin\beta} = \frac{d}{\sin\gamma}$ | |

| **KOMPETENZEN:** | kann ich | muss ich üben |
|---|---|---|
| **Ich kann ...** | | |
| ... Winkel- und Alltagsgrößen schätzen (Nr.1, 2). | | |
| ... die Winkelsumme in verschiedenen Flächen anwenden (Nr. 3, 4). | | |
| ... den Satz des Pythagoras anwenden (Nr. 5, 11). | | |
| ... den Umfang und den Flächeninhalt verschiedener Flächen berechnen (Nr. 6, 7, 10). | | |
| ... das Volumen und den Oberflächeninhalt von Prismen berechnen (Nr. 8, 9). | | |
| ... trigonometrische Beziehungen in einem rechtwinkligen Dreieck bestimmen (Nr. 12, 13, 14). | | |
| ... den Sinussatz im beliebigen Dreieck anwenden (Nr. 15). | | |

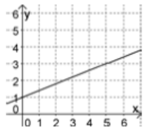
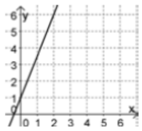
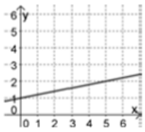
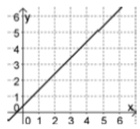
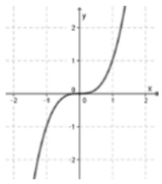
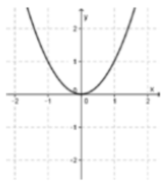
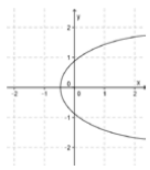
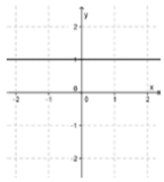
## Leitidee „Raum und Form“

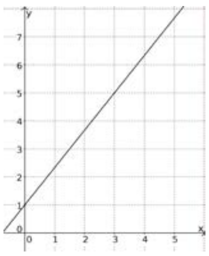
| | Aufgabe | A | B | C | D | Lösung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Ein gestreckter Winkel hat die Größe | 90° | 180° | 270° | 360° | |
| 2. | Welche Abbildung zeigt einen stumpfen Winkel? |  |  |  |  | |
| 3. |  Dies ist **kein** | Parallelo-gramm | Drachen | Quadrat | Viereck | |
| 4. | Folgender Körper ist ein Prisma | Pyramide | Kegel | Würfel | Kugel | |
| 5. | Die Oberfläche eines Dreiecksprismas besteht aus | 2 Dreiecken und 3 Rechtecken | 2 Dreiecken und 2 Rechtecken | 3 Dreiecken und 3 Rechtecken | 3 Dreiecken und 2 Rechtecken | |
| 6. | Der Mantel eines Zylinders hat die Form eines | Kreises | Dreiecks | Rechtecks | Kreisrings | |
| 7. | Dieser zusammengesetzte Körper hat folgende Teilflächen:  | 2 Kreise und 1 Kreisring | 1 Halbkugel und 2 Kreisringe | 2 Halbkugeln und 2 Kreisringe | 2 Halbkugeln und 1 Kreisring | |
| 8. | Zu dem Körper passt folgendes Netz:  |  |  |  |  | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 9. | Mit welchem der angegebenen Punkte lässt sich das gleichschenklige Trapez ABCD zeichnen   | $D(4\mid 1)$ | $D(5\mid 1)$ | $D(1\mid 4)$ | $D(1\mid 5)$ | |
| 10. | Der Punkt $A(2\mid 4)$ wird um 3 Einheiten nach links auf der *x*-Achse verschoben. Er hat nun folgende Koordinaten | $A'(5\mid 4)$ | $A'(5\mid 1)$ | $A'(5\mid 7)$ | $A'(-1\mid 4)$ | |
| 11. | Der Punkt $C(5\mid -2)$ wird an der *y*-Achse gespiegelt. Seine Koordinaten lauten dann | $C'(5\mid 2)$ | $C'(-5\mid -2)$ | $C'(-5\mid 2)$ | $C'(2\mid -5)$ | |
| 12. | Ein gleichseitiges Dreieck besitzt __ Symmetrieachsen | 1 | 2 | 3 | 4 | |
| 13. | In folgendem Viereck liegt **keine** Punktsymmetrie vor | Rechteck | Drachen | Raute | Parallelo-gramm | |
| 14. | Werden bei einem Dreieck die Grundseite und die Höhe verdoppelt, so ist der neue Flächeninhalt | gleich groß | doppelt so groß | dreifach so groß | vierfach so groß | |
| 15. | Das Volumen einer Kugel berechnet sich mit $V=\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$. Der Radius wird verdoppelt. Mit welchem Term lässt sich das Volumen bestimmen? | $\frac{4}{3}\pi\cdot 2\cdot r^3$ | $\frac{4}{3}\pi\cdot r^6$ | $\frac{4}{3}\pi\cdot(2\cdot r)^3$ | $\frac{4}{3}\pi\cdot r^{3^2}$ | |

| **KOMPETENZEN:** | kann ich | muss ich üben |
|---|---|---|
| **Ich kann ...** | | |
| ... Winkel, Flächen und Körper klassifizieren (Nr. 1, 2, 3, 4). | | |
| ... Körper anhand ihrer Eigenschaften unterscheiden und zuordnen (Nr. 5, 6, 7, 8). | | |
| ... in einem Koordinatensystem geometrische Figuren darstellen und Punkte verschieben und spiegeln (Nr. 9, 10, 11). | | |
| ... Symmetrien erkennen (Nr. 12, 13). | | |
| ... Flächen und Körper gedanklich verändern (Nr. 14, 15). | | |

## Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 1)

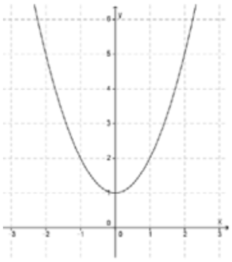
| | Aufgabe | A | B | C | D | Lösung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Ein proportionaler Zusammenhang wird beschrieben durch die Funktionsgleichung $f(x) =$ | $1$ | $-x+1$ | $2x$ | $3x+1$ | |
| 2. | Zur Funktion $f(x) = \frac{2}{5}x + 1$ passt der Graph |  |  |  |  | |
| 3. | Eine Gerade hat als Graph die Funktionsgleichung $f(x) =$ | $2x^3$ | $2x^2$ | $2x+1$ | $\frac{2}{x}$ | |
| 4. | Auf der Geraden $g$ mit der Funktionsgleichung $g(x) = 2x - 3$ liegt der Punkt | $P(2 \mid -1)$ | $P(1 \mid -1)$ | $P(-1 \mid 1)$ | $P(-1 \mid -1)$ | |
| 5. | Welcher Graph stellt **keine** Funktion dar? |  |  |  |  | |
| 6. | Für das Füllen eines Beckens brauchen 2 gleichstarke Pumpen 4 Std. Dann brauchen 5 gleichstarke Pumpen für das Füllen dieses Beckens | 1,4 Std. | 1,6 Std. | 2 Std. | 9 Std. | |
| 7. | Zwei Tickets kosten 46 €. Dann kosten drei Tickets | 13 € | 69 € | 92 € | 138 € | |
| 8. | Welche Gerade hat die größte Steigung? $f(x) =$ | $\frac{12}{13}x - 16$ | $\frac{7}{13}x + 3$ | $\frac{3}{5}x + 6$ | $\frac{2}{5}x + 9$ | |

<table>
<tr><th></th><th>Aufgabe</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>Lösung</th></tr>
<tr><td>9.</td><td>In der Tabelle ist eine antiproportionale Zuordnung dargestellt. Die fehlende Länge beträgt
<table>
<tr><td>Anzahl</td><td>Länge (m)</td></tr>
<tr><td>5</td><td>0,60</td></tr>
<tr><td>15</td><td></td></tr>
</table></td><td>0,20</td><td>0,40</td><td>0,80</td><td>1,80</td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td><br>Die Gerade hat eine Steigung von</td><td>$\frac{3}{4}$</td><td>$\frac{4}{3}$</td><td>0,8</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>11.</td><td>Eine proportionale Zuordnung hat die allgemeine Form</td><td>$ax^2$</td><td>$ax$</td><td>$\frac{1}{a}x$</td><td>$a^2x$</td><td></td></tr>
<tr><td>12.</td><td>Welche der Geraden $g_1$, $g_2$, $g_3$, $g_4$ schneidet die Gerade $f(x) = 3x - 4$ bei $x = 2$?</td><td>$g_1(x) = 2x + 2$</td><td>$g_2(x) = 2x - 2$</td><td>$g_3(x) = x + 2$</td><td>$g_4(x) = x - 2$</td><td></td></tr>
<tr><td>13.</td><td>$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} =$</td><td>$\frac{ad - cb}{bd}$</td><td>$\frac{ad - cb}{b - d}$</td><td>$\frac{a - c}{bd}$</td><td>$\frac{a - c}{b - d}$</td><td></td></tr>
<tr><td>14.</td><td>$x^5 \cdot x^3 \cdot x^4 =$</td><td>$x^{-2}$</td><td>$x^{12}$</td><td>$3x^{12}$</td><td>$x^{60}$</td><td></td></tr>
<tr><td>15.</td><td>$\frac{3^b}{3^{2b}} =$</td><td>$\frac{1}{3^b}$</td><td>$3^b$</td><td>$\frac{1}{3^{3b}}$</td><td>$3^{3b}$</td><td></td></tr>
</table>

| **KOMPETENZEN:** | kann ich | muss ich üben |
|---|---|---|
| **Ich kann …** | | |
| … proportionale und antiproportionale Zuordnungen erkennen und berechnen (Nr. 1, 6, 7, 9, 11). | | |
| … Funktionen als eindeutige Zuordnung erkennen (Nr. 5). | | |
| … überprüfen, ob ein Punkt auf einer Geraden liegt (Nr. 4). | | |
| … bei einer linearen Funktion Funktionsgleichung und Graphen zuordnen (Nr. 2, 3). | | |
| … anhand der Funktionsgleichung die Steigung des Graphen beschreiben und bestimmen (Nr. 8, 10). | | |
| … die Koordinaten des Schnittpunkts zweier Geraden bestimmen (Nr. 12). | | |
| … Terme umformen (Nr. 13, 14, 15). | | |

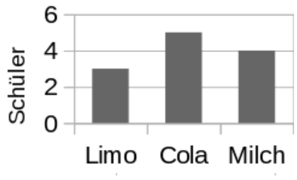
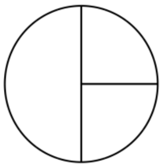
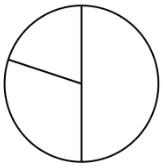
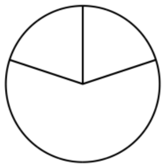
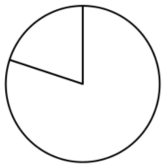
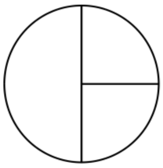
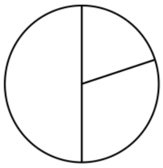
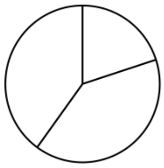
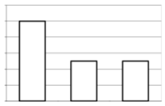
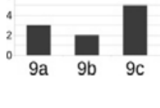
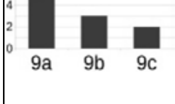
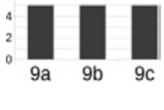
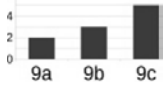
## Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Teil 2)

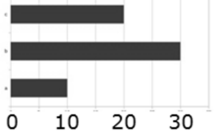
| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Welche Funktionsgleichung stellt eine nach oben geöffnete und gestauchte Parabel dar? $f(x) =$ | $\frac{1}{3}x^2$ | $-\frac{4}{3}x^2$ | $\frac{4}{3}x$ | $3x^2$ | |
| 2. | Auf der Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2$ liegt der Punkt | $P(2 \mid 3)$ | $P(2 \mid 4)$ | $P(2 \mid 6)$ | $P(2 \mid 10)$ | |
| 3. | Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2 - 1$ | hat ihren Scheitelpunkt bei $(0 \mid 1)$ | hat ihre Nullstelle im Ursprung des Koordinatensystems | schneidet die $y$-Achse bei $y = 1$ | hat ihre Nullstellen bei +1 und −1 | |
| 4. | Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2 - 2$ hat | eine Nullstelle für $x = 2$ | ihren Scheitelpunkt in $S(0 \mid -2)$ | ihren Scheitelpunkt in $S(0 \mid 2)$ | keine Nullstellen | |
| 5. | Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = (x-3)^2$ hat | ihre Nullstellen bei $x_1 = 3$ und $x_2 = -3$ | ihre Nullstelle bei $x = 3$ | ihre Nullstelle bei $x = -3$ | keine Nullstellen | |
| 6. | Das Gleichungssystem I. $2x + 6y = 8$ II. $x + 3y = 4$ | hat keine Lösung | hat genau eine Lösung | hat genau zwei Lösungen | hat unendlich viele Lösungen | |
| 7. | Das Gleichungssystem I. $3x + 4y = 12$ II. $2x + 4y = 4$ hat die Lösung | $x = 16$ $y = -7$ | $x = 8$ $y = -3$ | $x = 4$ $y = -1$ | $x = 8$ $y = 3$ | |
| 8. | $(3x-5)(x+4) =$ | $3x^2 + 17x - 20$ | $3x^2 - 17x + 20$ | $3x^2 + 7x - 20$ | $3x^2 - 7x + 20$ | |
| 9. | Folgende Funktion hat keine Nullstellen: $f(x) =$ | $x^2 - 1$ | $x^2 + 1$ | $-x^2 + 1$ | $-x^2 + 2$ | |

| | Aufgabe | A | B | C | D | Lösung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10. |  Der Graph passt zur Funktionsgleichung $f(x) =$ | $(x-1)^2$ | $(x-0)^2+1$ | $(x+0)^2$ | $(x+0)^2-1$ | |
| 11. | Eine Parabel mit der Gleichung $f(x) = x^2$ wird um 3 Einheiten an der $x$-Achse nach rechts verschoben. Der neue Funktionsterm ist dann $f'(x) =$ | $x^2+3$ | $(x+3)^2$ | $x^2-3$ | $(x-3)^2$ | |
| 12. | $x_1 = -4;\ x_2 = 4$ ist die Lösung der Gleichung 0 = | $(x-4)^2+4$ | $(x+4)^2-4$ | $x^2-16$ | $x^2-8$ | |
| 13. | Eine Parabel der Form $f(x) = ax^2 + b$ ist | achsen-symme-trisch zur $x$-Achse | achsen-symme-trisch zur $y$-Achse | punkt-symme-trisch zu $P(0\|b)$ | punkt-symme-trisch zum Ursprung | |
| 14. | p % = 5 % Somit beträgt die Wachstumsrate $a$ = | 0,05 | 0,5 | 1,05 | 1,5 | |
| 15. | Die Anzahl von Bakterien eines bestimmten Bakteriums verdoppelt sich alle 60 Minuten. Anfangs wird eine Bakterie auf eine Nährlösung gegeben. Nach wie vielen vollen Stunden hat man mehr als 100 Bakterien? | 4 | 5 | 6 | 7 | |

| **KOMPETENZEN:** | kann ich | muss ich üben |
|---|---|---|
| **Ich kann …** | | |
| … die Eigenschaften einer Parabel anhand der Funktionsgleichung erkennen (Nr. 1, 3, 13). | | |
| … überprüfen, ob eine Punkt auf einer Parabel liegt (Nr. 2). | | |
| … den Scheitelpunkt oder die Scheitelpunktsform einer Parabel bestimmen (Nr. 4, 10, 11). | | |
| … die Nullstellen einer Parabel berechnen (Nr. 5, 9, 12). | | |
| … Gleichungssysteme rechnerisch lösen (Nr. 6, 7). | | |
| … das Distributivgesetz anwenden (Nr. 8). | | |
| … eine Wachstumsrate bestimmen oder ein exponentielles Wachstum berechnen (Nr. 14, 15). | | |

## Leitidee „Daten und Zufall“ (Teil 1)

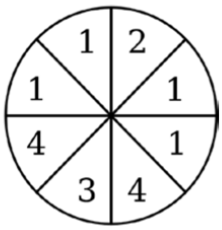
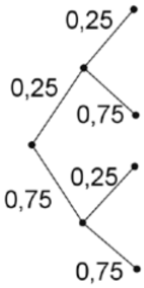
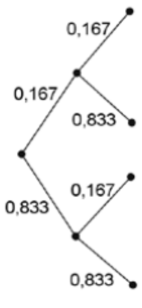
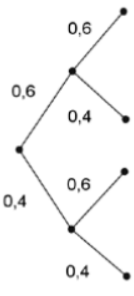
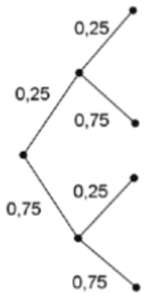
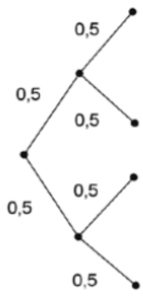
<table>
<tr><th></th><th>Aufgabe</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>Lösung</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Folgendem Diagramm entnimmt man, dass<br></td><td>4 Kinder Cola trinken</td><td>3 Kinder Milch trinken</td><td>5 Kinder Limo trinken</td><td>4 Kinder Milch trinken</td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td>20 % der Schüler einer Klasse haben ein einfaches Handy, 60 % haben ein Smartphone und der Rest besitzt keines von beiden. Zu dieser Verteilung passt folgendes Diagramm</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Dieses Diagramm ist ein<br></td><td>Balken-diagramm</td><td>Säulen-diagramm</td><td>Streifen-diagramm</td><td>Kreis-diagramm</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>$\frac{1}{5}$ der Schüler einer Klasse wählen Pizza zum Mittagessen, $\frac{3}{10}$ wählen Döner und der Rest entscheidet sich für Spaghetti. Zu dieser Verteilung passt folgendes Diagramm</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Welches Diagramm passt zu folgender Tabelle:<br><table><tr><th>Klasse</th><th>Siege</th></tr><tr><td>9a</td><td>3</td></tr><tr><td>9b</td><td>2</td></tr><tr><td>9c</td><td>5</td></tr></table></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6.</td><td>20 Schüler eines Jahrgangs spielen gerne Handball. Das ist eine</td><td>relative Häufigkeit von 20 %</td><td>absolute Häufigkeit von 20</td><td>Wahr-scheinlich-keit von 20 %</td><td>absolute Häufigkeit von 20 %</td><td></td></tr>
</table>

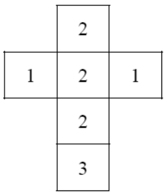
<table>
<tr><th></th><th>Aufgabe</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>Lösung</th></tr>
<tr><td>7.</td><td>17 von 51 Kindern trinken gerne Kakao. Das entspricht einer relativen Häufigkeit von</td><td>17</td><td>17 %</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>30 %</td><td></td></tr>
<tr><td>8.</td><td><table><tr><th>Farbe</th><th>Kinder</th></tr><tr><td>rot</td><td>卌</td></tr><tr><td>blau</td><td>|||</td></tr><tr><td>weiß</td><td>卌||</td></tr></table>Der Tabelle kann man die folgende Information entnehmen</td><td>eine relative Häufigkeit von 0,7 für weiß</td><td>eine relative Häufigkeit von 30 % für blau</td><td>eine Spannweite von 20</td><td>eine Spannweite von 4</td><td></td></tr>
<tr><td>9.</td><td>Ayse hat folgende Noten:<br>Mathe: 1<br>Englisch: 3<br>Deutsch: 2<br>Der Mittelwert wird berechnet mit</td><td>$1+3+2$</td><td>$(1+3+2)\cdot 3$</td><td>$\frac{1+3+2}{3}$</td><td>$\frac{3\cdot 3}{3}$</td><td></td></tr>
<tr><td>10.</td><td>Den Unterschied zwischen größter und kleinster Zahl einer Umfrage nennt man</td><td>relative Häufigkeit</td><td>Durch-schnitt</td><td>Mittelwert</td><td>Spannweite</td><td></td></tr>
<tr><td>11.</td><td>Familie Gür hat folgende Schuhgrößen:<br>23, 36, 38, 39, 41 und 45<br>Der Zentralwert ist</td><td>37</td><td>38</td><td>38,5</td><td>39</td><td></td></tr>
<tr><td>12.</td><td><br>Dieses Diagramm ist ein</td><td>Balken-diagramm</td><td>Säulen-diagramm</td><td>Streifen-diagramm</td><td>Kreis-diagramm</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th>Aufgabe</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>Lösung</th></tr>
<tr><td>13.</td><td>Ein Notendurchschnitt von 3 passt zu folgender Verteilung</td><td>1: 1<br>2: 2<br>3: 3<br>4: 2<br>5: 1</td><td>1: 1<br>2: 2<br>3: 3<br>4: 4<br>5: 5</td><td>1: 0<br>2: 2<br>3: 3<br>4: 2<br>5: 1</td><td>1: 1<br>2: 2<br>3: 3<br>4: 2<br>5: 0</td><td></td></tr>
<tr><td>14.</td><td>30 Schüler wurden befragt, wie viel Zeit sie für Hausaufgaben pro Woche aufwenden:<br><table><tr><th>Stunden</th><th>Schüler</th></tr><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>2</td><td>10</td></tr><tr><td>3</td><td>10</td></tr><tr><td>4</td><td>5</td></tr></table>Im Durchschnitt macht jeder Schüler ___ Stunden Hausaufgaben.</td><td>3</td><td>2,5</td><td>2</td><td>1,5</td><td></td></tr>
<tr><td>15.</td><td>Emil berichtet: „Ich habe von Hamburg nach München (etwa 800 km) 6,5 Stunden gebraucht.“ Er fuhr mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von</td><td>80 km/h</td><td>120 km/h</td><td>180 km/h</td><td>250 km/h</td><td></td></tr>
</table>

| **KOMPETENZEN:** | kann ich | muss ich üben |
|---|---|---|
| **Ich kann …** | | |
| … Werte aus Diagrammen und Tabellen ablesen (Nr. 1, 2, 4, 5). | | |
| … Diagramme unterscheiden und benennen (Nr. 3, 12). | | |
| … absolute und relative Häufigkeiten berechnen (Nr. 6, 7). | | |
| … Spannweiten bestimmen (Nr. 8, 10). | | |
| … Zentralwerte bestimmen (Nr. 11). | | |
| … Mittelwerte berechnen (Nr. 9, 13, 14, 15). | | |

## Leitidee „Daten und Zufall" (Teil 2)

| | Aufgabe | A | B | C | D | Lösung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. |   Die Wahrscheinlichkeit, als Ergebnis eine 4 zu erhalten, beträgt | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | |
| 2. | Die Wahrscheinlichkeit, mit einem normalen Spielwürfel zweimal hintereinander eine 3 zu würfeln, beträgt | $\frac{6}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | |
| 3. |   Zu dem Baumdiagramm passt das Zufallsereignis | zweimal hintereinander eine 4 mit einem normalen Spielwürfel würfeln | zweimal eine Münze werfen | 2 von 4 Streichhölzern ziehen, von denen eins kurz ist | zweimal hintereinander ein Glücksrad mit 4 gleich großen Feldern drehen (1 rotes, 3 blaue Felder) | |
| 4. | Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf mit zwei normalen Spielwürfeln genau eine 6 zu würfeln, lässt sich berechnen durch | $2 \cdot \frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$ | $2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$ | $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$ | |
| 5. | In zwei Würfen eine 6 mit einem normalen Spielwürfel zu würfeln, passt zu folgendem Baumdiagramm mit gerundeten Wahrscheinlichkeiten |   |   |   |   | |

| | Aufgabe | A | B | C | D | Lösung |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6. | Die Wahrscheinlichkeit, mit einer Münze zweimal hintereinander das gleiche Ergebnis zu werfen, beträgt | 25 % | $33,\overline{3}$ % | 50 % | 75 % | |
| 7. | Welches Ereignis hat immer eine Wahrscheinlichkeit von 50 %? | Beim Werfen fällt eine Reiß-zwecke auf die Seite.<br><br>© M.Waygood | Das Würfeln einer geraden Zahl mit einem normalen Spielwürfel. | Das Ziehen einer blauen Kugel (2 rote und 3 blaue). | Das Ziehen eines kurzen Streich-holzes bei drei Streich-hölzern. | |
| 8. | Ein Würfel mit diesem Netz<br><br>hat die Wahrscheinlichkeiten | $P(1)=\frac{1}{3}$<br>$P(2)=\frac{1}{2}$<br>$P(3)=\frac{1}{6}$ | $P(1)=\frac{1}{2}$<br>$P(2)=\frac{3}{3}$<br>$P(3)=\frac{1}{5}$ | $P(1)=\frac{1}{6}$<br>$P(2)=\frac{1}{6}$<br>$P(3)=\frac{1}{6}$ | $P(1)=\frac{1}{3}$<br>$P(2)=\frac{1}{3}$<br>$P(3)=\frac{1}{3}$ | |
| 9. | Vier Plättchen befinden sich in einem Beutel. Darauf stehen die Buch-staben **A**, **M**, **M** und **A.** Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrschein-lichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „**MAMA**“ gebildet wird? | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{3}{16}$ | |
| 10. | Hendrik wirft eine Münze und einen normalen Spielwürfel. Die Wahrscheinlichkeit für $P(\text{Kopf;gerade Zahl})$ beträgt | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{8}{12}$ | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11. | Jens hat die letzte Ziffer seiner PIN für sein Handy vergessen. Die Wahrscheinlichkeit, dass er zweimal falsch rät, beträgt | $\frac{9}{10}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{72}{90}$ | $\frac{81}{100}$ | |
| 12. | Die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Würfeln mit einem normalen Spielwürfel keine Augenzahl kleiner als 5 zu bekommen, beträgt | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | |
| 13. | 19-mal ist mit einem normalen Spielwürfel keine 6 gewürfelt worden. Die Wahrscheinlichkeit, dass beim 20. Wurf eine 6 fällt, beträgt | $\frac{0}{6}$ | 1 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{5}{6}$ | |
| 14. | In einem Beutel befinden sich 3 grüne und 4 blaue Kugeln. Zwei Kugeln werden zusammen mit einem Griff gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, eine grüne und eine blaue in der Hand zu haben, beträgt | $\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}\right)\cdot 2$ | $\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{7}\right)\cdot 2$ | $\left(\frac{3}{7}+\frac{4}{6}\right)\cdot 2$ | $\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}$ | |
| 15. | Eine Münze wird dreimal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit für mindestens einmal „Wappen“ und „Zahl“ beträgt | $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ | $\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot 2$ | $1-\left(\frac{1}{2}\right)^3$ | $1-\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot 2$ | |

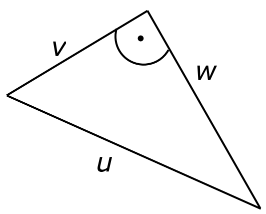
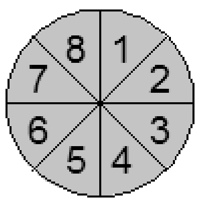
| **KOMPETENZEN:** | kann ich | muss ich üben |
|---|---|---|
| **Ich kann …** | | |
| … (Laplace-)Wahrscheinlichkeiten bei einstufigen Zufallsexperimenten bestimmen (Nr. 1, 7, 8). | | |
| … Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten berechnen (Nr. 2, 4, 6, 9, 10, 13, 14). | | |
| … Wahrscheinlichkeiten mithife von mehrstufigen Baumdiagrammen berechnen (Nr. 3, 5). | | |
| … die Produkt- und die Summenregel (Pfadregel) anwenden (Nr. 2, 10, 11). | | |
| … die Gegenwahrscheinlichkeit bei Zufallsexperimenten berechnen (Nr. 12, 15). | | |

## 4.2 Beispiele zu den zentralen Prüfungsaufgaben

### Erstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig.
   Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“.
   Eine Begründung wird nicht verlangt. (20 P)

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | $239 \cdot 3 =$ | 697 | 707 | 717 | 727 | |
| b) | $7{,}2 \cdot 1\,000 : 10 =$ | 7 200 | 720 | 72 | 0,00072 | |
| c) | $242 - 42 \cdot 2 + 32 =$ | 432 | 358 | 210 | 190 | |
| d) | $\frac{2}{5}$ m= | 4 cm | 40 cm | 60 cm | 120 cm | |
| e) | $-44 - 44 =$ | $-88$ | 0 | 80 | 88 | |
| f) | $5^n = 625$, $n =$ | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| g) | $\frac{12^2}{4^2} =$ | 3 | 4 | 9 | 16 | |
| h) | $(2x-3)\cdot(3+4x) =$ | $8x^2 + 6x - 9$ | $12x^2 - 6x + 9$ | $8x^2 - 6x - 9$ | $6x^2 + 12x - 6$ | |
| i) | Ein Fußballfeld hat den Flächeninhalt von etwa | 1 $m^2$ | 1 a | 1 ha | 1 $km^2$ | |
| j) | Addiert man zu einer Zahl $2\frac{1}{3}$, so erhält man $9\frac{1}{6}$. Wie heißt die Zahl? | $7\frac{1}{3}$ | $6\frac{1}{2}$ | $6\frac{1}{6}$ | $6\frac{5}{6}$ | |
| k) | Welcher Rauminhalt ist der größte? | 40 $\ell$ | 0,4 $m^3$ | 400 $cm^3$ | 4 $dm^3$ | |
| l) | Genau drei Wochen nach dem 12. März ist der | 30. März | 31. März | 1. April | 2. April | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| m) | Ein Beutel enthält 4 rote, 3 gelbe und 2 blaue Kugeln. Bestimme die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „eine gelbe oder eine blaue Kugel ziehen". | $\frac{4}{5}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{3}{5}$ | |
| n) | Es soll ein Dreieck mit folgenden Winkelgrößen konstruiert werden: $\alpha = 26°$, $\beta = 44°$, $\gamma = 90°$. Welche Aussage trifft zu? | Das Dreieck ABC ist spitz-winklig. | Das Dreieck ABC ist nicht recht-winklig. | Das Dreieck ABC kann nicht konstruiert werden. | Das Dreieck ABC ist gleich-schenklig. | |
| o) | Ein Würfel hat einen Oberflächeninhalt von $6\ \text{cm}^2$. Das Volumen dieses Würfels beträgt dann | $1\ \text{cm}^3$ | $\sqrt{6}\ \text{cm}^3$ | $6\ \text{cm}^3$ | $216\ \text{cm}^3$ | |
| p) | Subtrahiert man von der Summe zweier positiven Zahlen *a* und *b* ihre Differenz, erhält man | $2a - 2b$ | $2a$ | $2b$ | $-a - b$ | |
| q) |   Welche Gleichung gilt? | $u = \sqrt{v^2 + w^2}$ | $v^2 = w^2 - u^2$ | $w^2 = u^2 + v^2$ | $u = \sqrt{v^2} + \sqrt{w^2}$ | |
| r) |   Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei zweimaligem Drehen die Summe 15 zu erhalten? | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{1}{32}$ | $\frac{1}{2}$ | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| s) | Eine Dreiecksfläche mit der Grundseite 10 m und der Höhe 4 m ist | kleiner als eine Quadrat-fläche mit $a$ = 4 m | gleich groß wie eine Rechteck-fläche mit $a$ = 8 m und $b$ = 3 m | kleiner als eine Rechteck-fläche mit $a$ = 8 m und $b$ = 3 m | größer als eine Rechteck-fläche mit $a$ = 8 m und $b$ = 3 m | |
| t) | Für eine Funktion $g(x)$ gilt: $g(x) = m \cdot x + n$ $(m, n < 0)$ Der Graph ist <u>immer</u> | eine steigende Gerade | eine fallende Gerade | eine Gerade parallel zur $x$-Achse | eine Parabel | |

2. **Bestimme** die Lösungen der folgenden Gleichungen. (6 P)

a) $2 \cdot (x - 1,4) = -x + 6,2$

b) $\frac{1}{x} = \frac{1}{2x - 1}$

3. In einem Beutel befinden sich 5 Kugeln: 4 blaue Kugeln und 1 gelbe Kugel.
   Es sollen 2 Kugeln gezogen werden, ohne sie zurückzulegen.

   - **Zeichne** ein Baumdiagramm für diesen Zufallsversuch.
   - **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit, dass die gelbe Kugel dabei nicht gezogen wird.

(4 P)

4. a) **Gib** die nachfolgenden Entfernungen in wissenschaftlicher Schreibweise **an**. (2 P)

| | Länge der Strecke | wissenschaftliche Schreibweise |
|---|---|---|
| Entfernung Erde – Sonne: | 144 Millionen km | |
| Durchmesser eines Heliumatoms: | 0,000 000 000 000 1 km | |

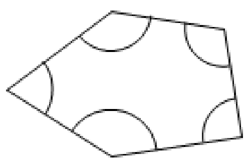
b) Ein Atomkern hat einen Durchmesser von $10^{-14}\,\mathrm{m}$.

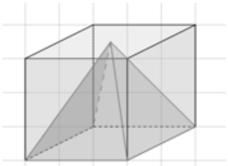
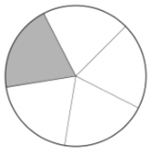
**Ermittle**, wie viele Atomkerne man nebeneinander legen müsste, um den Atomdurchmesser von $\frac{1}{10^{10}}\,\mathrm{m}$ zu erhalten. (2 P)

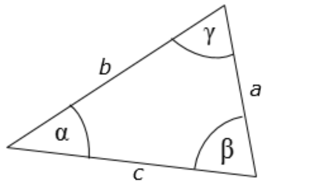
*Quellen: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2012, Zweittermin (überarbeitet); Beispielaufgaben für die schriftliche Überprüfung an Gymnasien; Klasse 10. Mathematik (überarbeitet)*

## Zweites Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig.
   Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (20 P)

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | 4,004 t = | 40,04 kg | 4 004 kg | 4 004 g | 0,04004 kg | |
| b) | Ein Zug fährt um 15:32 Uhr in Hamburg-Altona ab und erreicht Bremen um 16:41 Uhr. Seine Fahrzeit beträgt | 1 h 12 min | 1 h 11 min | 1 h 10 min | 1 h 09 min | |
| c) | Ein Liter Milch kostet ungefähr | zwischen 0,01 € und 0,10 € | zwischen 0,60 € und 2 € | zwischen 6 € und 8 € | zwischen 10 € und 15 € | |
| d) | 9 532 ist teilbar durch | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| e) | $0{,}1 \cdot 0{,}1 =$ | 1 | 0,1 | 0,01 | 0,001 | |
| f) | Der Preis eines Pullovers ist um 40 % reduziert worden. Der Pullover kostet jetzt 42 €. Wie teuer war er vor der Preisreduzierung? | 25,20 € | 58,80 € | 70 € | 105 € | |
| g) | $\frac{9}{25} =$ | 25 % | $\frac{22}{50}$ | 0,36 | 0,925 | |
| h) | $50 \cdot 122 = 100 \cdot x$ dann ist $x$ = | $\frac{122}{50}$ | $\frac{122}{100}$ | 61 | 244 | |
| i) | Der Flächeninhalt eines Parallelogramms verdoppelt sich, wenn man | alle Seiten verdoppelt | den Winkel $\alpha$ verdoppelt | genau eine Höhe verdoppelt | beide Höhen verdoppelt | |
| j) | $0{,}3^3 =$ | 0,09 | 0,9 | 0,027 | 0,27 | |
| k) |  Die Summe der Innenwinkel in dieser Figur beträgt | 720° | 540° | 480° | 360° | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| l) | <br>In der Abbildung erkennst du, dass die Höhe des Würfels und die Höhe der Pyramide übereinstimmen.<br>Dann gilt:<br>$\frac{\text{Volumen}_{\text{Würfel}}}{\text{Volumen}_{\text{Pyramide}}} =$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{1}$ | $\frac{3}{1}$ | |
| m) | Eine Schnecke kriecht mit einer Geschwindigkeit von etwa | 1 mm pro Sekunde | 20 cm pro Sekunde | 1 cm pro Stunde | 100 m pro Stunde | |
| n) | $\sqrt{0{,}0064} =$ | 0,8 | 0,32 | 0,08 | 0,0032 | |
| o) | Das Dreifache des Kehrwertes einer Zahl $x$ ist | $3x$ | $\frac{1}{3}x$ | $\frac{x^3}{3}$ | $\frac{3}{x}$ | |
| p) | Ein Bakterium vermehrt sich durch ständige gleichmäßige Zellteilung. Welche Funktionsgleichung kann zur Berechnung benutzt werden?<br>$f(x) =$ | $x + x$ | $x^2$ | $\log x$ | $2^x$ | |
| q) | Bei einem Glücksspiel soll die Chance auf einen Gewinn 20 % betragen. Für welches Glücksspiel trifft dies zu? | Einen normalen Spielwürfel zweimal hintereinander werfen. Zwei gleiche Zahlen gewinnen. | Ein Los aus einem Beutel mit 100 Gewinnen und 300 Nieten ziehen. | Einmal das Glücksrad drehen. Grau gewinnt.<br> | Einmal ein Glücksrad drehen, wobei das Glücksrad 2 Gewinnfelder und 10 Verlustfelder hat. | |
| r) | Für das Volumen einer Kugel gilt:<br>$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$<br>Dann gilt: $r =$ | $\sqrt[3]{\frac{4 \cdot \pi}{3 \cdot V}}$ | $\sqrt[3]{\frac{3 \cdot \pi}{4 \cdot V}}$ | $\sqrt[3]{\frac{4 \cdot V}{3 \cdot \pi}}$ | $\sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$ | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| s) | Der Wert des Terms $a^2 - b$ beträgt für $a = -3$ und $b = -2$ | 11 | 4 | −7 | −8 | |
| t) | In diesem Dreieck gilt:  | $\frac{\sin\gamma}{\sin\beta} = \frac{b}{c}$ | $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{a}{b}$ | $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b}$ | $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = \frac{b}{a}$ | |

2. **Ordne** die Wertetabellen den Graphen richtig **zu**. (3 P)

Wertetabelle A

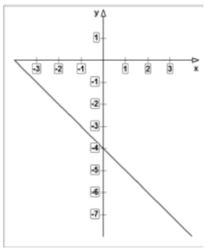
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| −2 | −6 |
| 0 | −2 |
| 2 | 2 |

Wertetabelle B

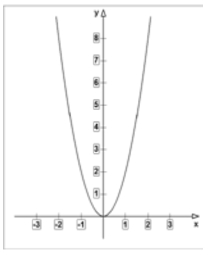
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| −2 | 0 |
| 0 | 4 |
| 2 | 0 |

Wertetabelle C

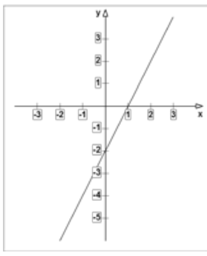
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| −2 | 6 |
| 0 | 2 |
| 2 | 6 |



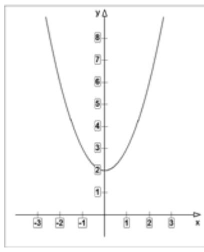
Graph 1



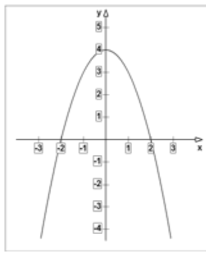
Graph 2



Graph 3



Graph 4



Graph 5

Die Wertetabelle A gehört zum Graphen ______.

Die Wertetabelle B gehört zum Graphen ______.

Die Wertetabelle C gehört zum Graphen ______.

3. **Bestimme** die Lösung des folgenden Gleichungssystems. (5 P)

$$\begin{array}{ll} \text{I.} & y - 2x = 3 \\ \text{II.} & 2y - 2x = 9 \end{array}$$

4. Vor der Haustür von Frank steht eine Fußgängerampel (ohne „Gelb" und ohne Schaltung durch Knopfdruck).
Wenn er aus dem Haus geht, zeigt die Fußgängerampel mit der Wahrscheinlichkeit von 0,8 rot an. (6 P)

a) Frank verlässt an einem bestimmten Tag zweimal das Haus.
**Bestimme** die Wahrscheinlichkeit, dass die Fußgängerampel beide Male grün anzeigt.

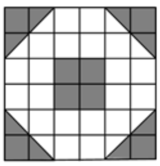
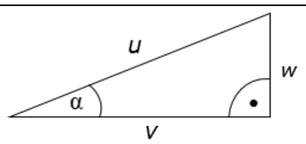
b) An einem anderen Tag verlässt er dreimal das Haus.
**Bestimme** die Wahrscheinlichkeit, dass die Fußgängerampel dann mindestens einmal grün anzeigt.

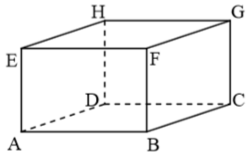
c) Frank verlässt im April täglich zweimal sein Haus.
**Ermittle**, wie oft er in diesem Monat durchschnittlich erwarten kann, dass die Fußgängerampel rot anzeigt.

*Quellen: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2011, Zweittermin (überarbeitet); Beispielaufgaben für die schriftliche Überprüfung an Gymnasien. Klasse 10. Mathematik (überarbeitet)*

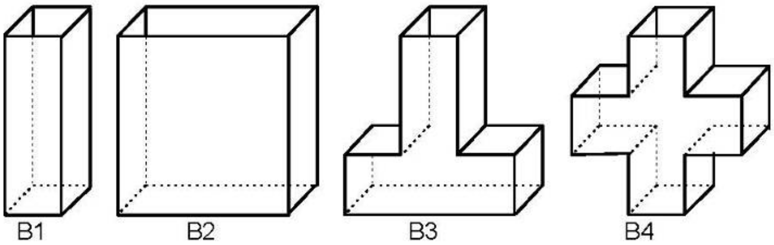
## Drittes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (20 P)

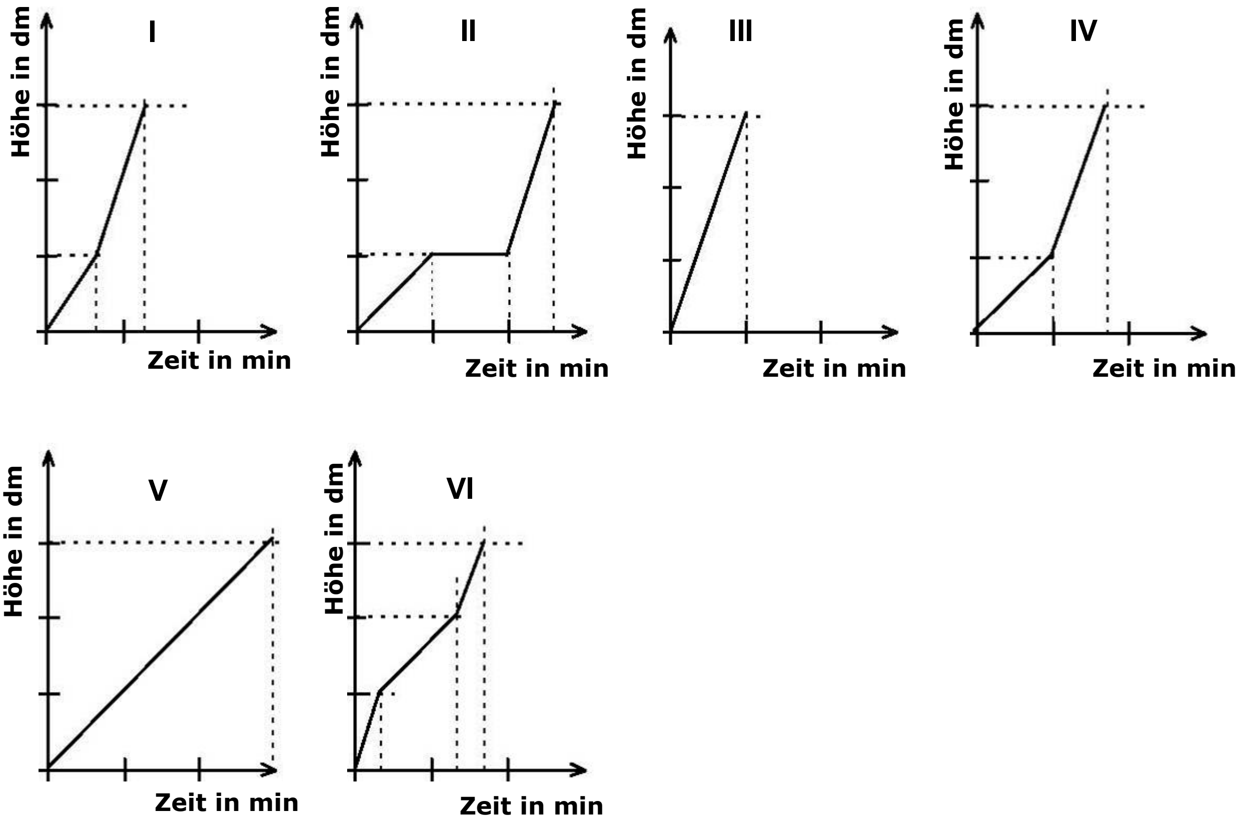
| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | $0{,}2 \cdot \frac{1}{2} =$ | 0,01 | 0,1 | 0,4 | 0,04 | |
| b) | 1,3 cm = | 0,0013 m | 0,13 m | 13 mm | 130 mm | |
| c) | 291 ist teilbar durch | 3 | 6 | 9 | 12 | |
| d) | Die Hauptsaison eines Hotels beginnt am 15. Juni und endet am 31. August desselben Jahres. Das sind | 66 Tage | 77 Tage | 90 Tage | 102 Tage | |
| e) | $\frac{1}{8}$ kg = | 0,8 kg | 12,5 g | 80 g | 125 g | |
| f) | $132 : 12 = x : 24$<br>Dann ist $x$ = | 11 | 66 | 264 | 288 | |
| g) | $(x+2)^2 = 16$<br>Dann gilt: | $x = 2$<br>oder<br>$x = 6$ | $x = 2$<br>oder<br>$x = -6$ | $x = -2$<br>oder<br>$x = 6$ | $x = -2$<br>oder<br>$x = -6$ | |
| h) | <br>Welcher Flächenanteil ist grau? | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{7}{12}$ | $\frac{14}{36}$ | |
| i) | Mit 20 % Rabatt kostet eine Ledertasche 40 €. Der Originalpreis war | 48 € | 50 € | 54 € | 60 € | |
| j) | <br>In diesem Dreieck gilt: | $\cos\alpha = \frac{v}{w}$ | $\tan\alpha = \frac{v}{w}$ | $\sin\alpha = \frac{w}{u}$ | $\cos\alpha = \frac{w}{u}$ | |
| k) | Ein Kreissektor hat einen Mittelpunkts-winkel von 45°. Sein Flächenanteil am Vollkreis beträgt dann | 50 % | 45 % | 25 % | 12,5 % | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| l) | Der Wert von $\sqrt{-9}$ ist | nicht lösbar (in $\mathbb{R}$ ) | 3 | $\frac{1}{3}$ | $-3$ | |
| m) | Die Wahrscheinlichkeit, zweimal hintereinander mit einem normalen Spielwürfel dieselbe Zahl zu würfeln, beträgt | $\frac{3}{36}$ | $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{6}$ | |
| n) | Es ist 16:57 Uhr. $1\frac{1}{4}$ Stunden später ist es | 17:52 Uhr | 18:07 Uhr | 18:12 Uhr | 18:17 Uhr | |
| o) | Genau vier Symmetrieachsen hat | jeder Kreis | jedes Quadrat | jedes Rechteck | jedes Parallelogramm | |
| p) |  Welche der Strecken steht auf der Strecke $\overline{BE}$ senkrecht? | $\overline{BD}$ | $\overline{AF}$ | $\overline{BC}$ | $\overline{DG}$ | |
| q) | Ein Kreis hat einen Radius von 3 cm. Sein Flächeninhalt beträgt ungefähr | 100 cm² | 50 cm² | 30 cm² | 20 cm² | |
| r) | Das Volumen eines Kegels berechnet man mit Hilfe der Formel $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot r^2$. Dann gilt: $h$ = | $\sqrt{\frac{3 \cdot \pi \cdot V}{r^2}}$ | $\sqrt{\frac{\pi \cdot r^2}{3 \cdot V}}$ | $\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot r^2}$ | $\frac{V}{3\pi \cdot r^2}$ | |
| s) | Ein Kühlschrank hat ein Volumen von etwa | 1,5 dm³ | 15 m³ | 180 dm³ | 300 cm³ | |
| t) | Die Geraden $y_1 = -x + 2$ und $y_2 = 4 - x$ schneiden sich | bei x = 2 | bei x = 0 | bei x = −2 | gar nicht | |

2. Jeder der abgebildeten Behälter wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.




Die folgenden Füllgraphen geben die Höhe des Wasserstandes in Abhängigkeit von der Zeit des Befüllens an.




**Gib an**, welcher Füllgraph zu welchem der Behälter gehört. (4 P)

Der Behälter B1 gehört zum Füllgraph ______.

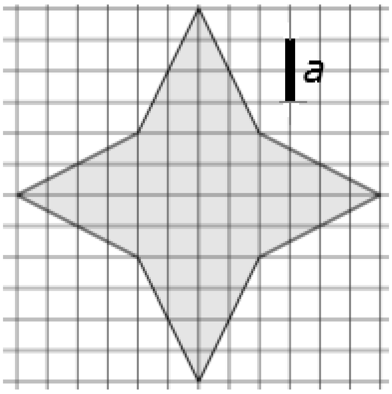
Der Behälter B2 gehört zum Füllgraph ______.

Der Behälter B3 gehört zum Füllgraph ______.

Der Behälter B4 gehört zum Füllgraph ______.

3. **Bestimme** die Lösungen der Gleichung $\sqrt{2x-1}=3$. (2 P)

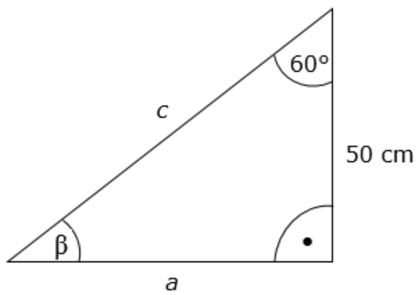
4. **Ermittle** den Flächeninhalt der grauen Fläche in Abhängigkeit von der Länge *a*. (3 P)




5. In einem rechtwinkligen Dreieck mit $\gamma = 90°$ sind gegeben: *b* = 50 cm und $\alpha = 60°$.
Ferner ist bekannt:

$\sin 60° \approx 0,866$
$\cos 60° = 0,5$
$\tan 60° \approx 1,732$

**Bestimme** die Länge der Seiten *a* und *c*. (5 P)



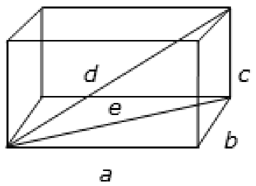
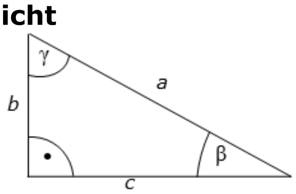
*nicht maßstabsgerecht*

*Quellen: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2011, Dritttermin (überarbeitet); Realschulabschlussprüfung Hamburg 2007, Zweittermin (überarbeitet); Beispielaufgaben für die schriftliche Überprüfung an Gymnasien. Klasse 10. Mathematik (überarbeitet); Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2014, Haupttermin (überarbeitet)*

## Viertes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (20 P)

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | Welche Zahl ist die größte? | 0,2111 | 0,1212 | 0,21212 | 0,12121 | |
| b) | $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{3}{4}$ | 0,6 | 2,6 | |
| c) | $\frac{3}{4}=$ | 3,4 | 0,75 | 0,34 | $0{,}\overline{3}$ | |
| d) | 0,202 = | 20,2 % | 202 % | 2,2 % | 2,02 % | |
| e) | 1 mℓ = | 0,1 ℓ | 0,01 ℓ | 0,001 ℓ | 0,0001 ℓ | |
| f) | $3\cdot(x+1)=6$ Dann gilt | $x=0{,}5$ | $x=1$ | $x=2$ | $x=3$ | |
| g) | 40 % von 40 € sind | 4 € | 10 € | 16 € | 18 € | |
| h) | $(x+1)\cdot(x-1)=$ | $x^2$ | $x^2+1$ | $x^2-1$ | $2x$ | |
| i) | Schreibe in Kurzform als Gleichung: „Das Produkt aus einer Zahl und der um 2 vergrößerten Zahl ist 15.“ | $x\cdot(x+2)=15$ | $x\cdot x+15=15$ | $x\cdot x=15+2$ | $2x+2=15$ | |
| j) | $\frac{3}{8}$ von 80 € sind | 20 € | 24 € | 30 € | 64 € | |
| k) | Richtig ist, dass | jedes Quadrat auch ein Rechteck ist | jedes Rechteck auch ein Quadrat ist | jedes Rechteck zwei unterschiedlich lange Diagonalen hat | in jedem Rechteck die Diagonalen senkrecht aufeinander stehen | |
| l) | Ein Hühnerei wiegt ungefähr | 2 kg | 0,2 kg | 45 g | 0,5 g | |
| m) | 4 Freunde treffen sich. Jeder gibt jedem die Hand. Dann werden | zwölfmal die Hände geschüttelt | sechsmal die Hände geschüttelt | viermal die Hände geschüttelt | dreimal die Hände geschüttelt | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| n) | Eine Gerade hat eine Steigung von 100 %. Der Steigungswinkel beträgt | 45° | 50° | 90° | 100° | |
| o) | Die beiden Geraden zu<br>$f(x) = 2x - 2$<br>$g(x) = 2x + 2$ | haben einen Schnitt-punkt in $(1 \mid 0)$ | haben einen Schnitt-punkt in $(0 \mid 2)$ | haben die gleichen *y*-Achsen-abschnitte | sind parallel | |
| p) | <br>Für die Raumdiagonale *d* des Quaders gilt | $d^2 = c^2 + e^2$ | $d^2 = b^2 + e^2$ | $d^2 = a^2 + c^2$ | $d^2 = a^2 + b^2$ | |
| q) | Wie viele dieser Gleichungen sind richtig vereinfacht?<br>$y + y + y = 3y$<br>$3 + x = 3x$<br>$c + c + c + c = c + 2c$<br>$a + b - 2a + 2b = a + 3b$ | keine | eine | zwei | drei | |
| r) | In einem Beutel sind 5 Kugeln, darunter genau 3 rote. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, alle roten Kugeln bei dreimaligem Ziehen nacheinander ohne Zurücklegen zufällig zu ziehen? | $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3}$ | $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$ | $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ | |
| s) | In diesem Dreieck gilt **nicht**<br> | $\sin\beta = \frac{b}{a}$ | $\cos\gamma = \frac{b}{a}$ | $\tan\gamma = \frac{c}{a}$ | $\tan\beta = \frac{b}{c}$ | |
| t) | $\frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} =$ | $x - 1$ | $3x^2$ | $x^2 - x$ | $\frac{1}{x - 1}$ | |

2. Die Abbildung 1 zeigt den Bau von Kartenhäusern.

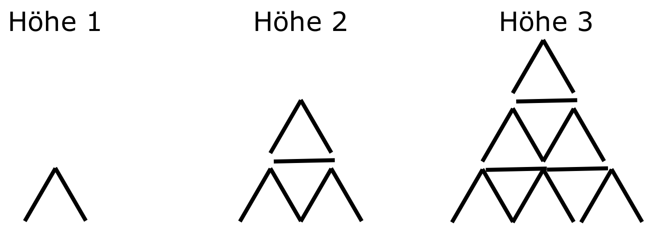


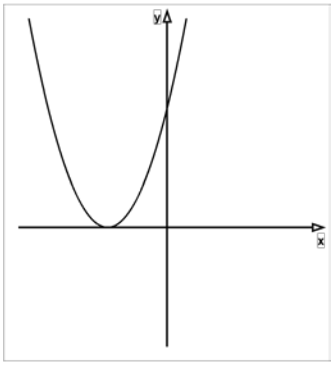
Abbildung 1

**Gib** die fehlenden Werte in der Tabelle **an**. (2 P)

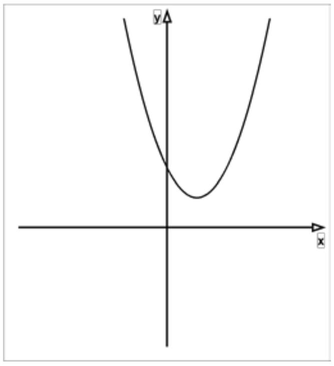
| Höhe des Kartenhauses | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| Anzahl der benutzten Karten | 2 | 7 | 15 | | |

3. **Zeichne** ein gleichschenkliges Trapez mit $a$ = 7 cm, $c$ = 3 cm und $h$ = 5 cm. (4 P)

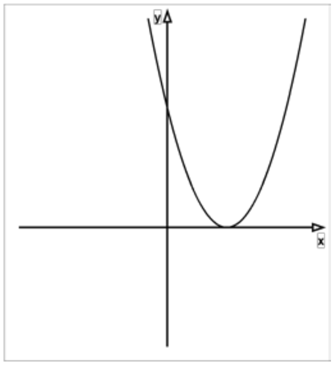
4. Eine quadratische Funktion hat die Gleichung $f(x) = (x + d)^2$ mit $d > 0$
   - **Entscheide**, welcher der abgebildeten Graphen zu der Funktionsgleichung gehört.
   - **Begründe** deine Entscheidung. (3 P)



Graph 1



Graph 2



Graph 3

5. Der Satz des Thales:
   Wenn der Punkt C eines Dreiecks ABC auf einem Halbkreis über der Strecke $\overline{AB}$ liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel (siehe Abbildung 2).
   Der Punkt M beschreibt den Mittelpunkt des Halbkreises.

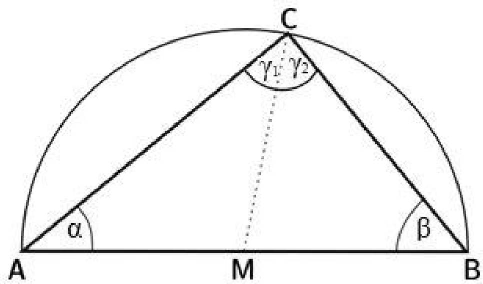


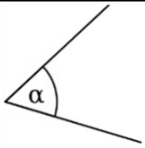
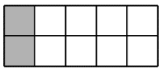
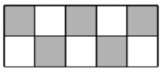
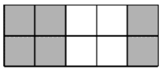
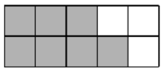
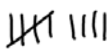
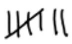

Abbildung 2

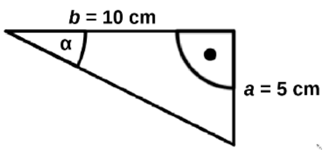
- **Begründe**, dass $\alpha = \gamma_1$ und $\beta = \gamma_2$.
- **Zeige**, dass $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = 90°$. (5 P)

*Quellen: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2010, Ersttermin (überarbeitet); Realschulabschlussprüfung Hamburg 2008, Dritttermin (überarbeitet);schriftliche Überprüfung an Gymnasien 2009, Zweittermin (überarbeitet); Beispielaufgaben für die schriftliche Überprüfung an Gymnasien; Klasse 10. Mathematik (überarbeitet)*

## Fünftes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung". Eine Begründung wird nicht verlangt. (20 P)

<table>
<tr><th></th><th>Aufgabe</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th><th>Lösung</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Die Größe des Winkels beträgt etwa </td><td>30°</td><td>60°</td><td>90°</td><td>110°</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Welche graugefärbte Fläche entspricht dem Anteil von $\frac{3}{5}$ ?</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Ein Würfel hat genau</td><td>2 gleich große Flächen</td><td>4 gleich große Flächen</td><td>6 gleich große Flächen</td><td>8 gleich große Flächen</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Die größte Länge ist</td><td>0,2 cm</td><td>0,02 dm</td><td>0,002 m</td><td>0,0002 km</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>Ein Smartphone hat im Allgemeinen eine Länge von etwa</td><td>1,3 mm</td><td>1,3 cm</td><td>1,3 dm</td><td>1,3 m</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td>In einem Beutel befinden sich 5 Kugeln: 2 grüne und 3 blaue. Es werden ohne Zurücklegen 2 grüne Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim nächsten Zug eine blaue Kugel zu ziehen?</td><td>0</td><td>$\frac{1}{5}$</td><td>$\frac{3}{5}$</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>g)</td><td>$\frac{4}{5}-\frac{1}{3}=$</td><td>$\frac{3}{2}$</td><td>$\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{2}{15}$</td><td>$\frac{7}{15}$</td><td></td></tr>
<tr><td>h)</td><td>$30-5\cdot 3-20=$</td><td>$-65$</td><td>$-5$</td><td>5</td><td>35</td><td></td></tr>
<tr><td>i)</td><td>Folgender Tabelle entnimmt man
<table>
<tr><td>Sportart</td><td>Schüler</td></tr>
<tr><td>Fußball</td><td></td></tr>
<tr><td>Handball</td><td></td></tr>
<tr><td>Hockey</td><td></td></tr>
</table></td><td>eine relative Häufigkeit von 0,7 für Hockey</td><td>eine relative Häufigkeit von 0,2 für Handball</td><td>eine Spannweite von 20</td><td>eine Spannweite von 4</td><td></td></tr>
</table>

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| j) | $2:0,2=$ | $0,1$ | $1$ | $5$ | $10$ | |
| k) | $(2x-4)(x+4)=$ | $2x^2+4x-16$ | $2x^2+4x+16$ | $2x^2+12x-16$ | $2x^2-4x-16$ | |
| l) | $-3\frac{2}{5}+1\frac{1}{10}=$ | $-4\frac{1}{2}$ | $-2\frac{3}{10}$ | $2\frac{3}{10}$ | $4\frac{1}{2}$ | |
| m) | Es wird zweimal mit einem normalen Spielwürfel gewürfelt. Die Wahrscheinlichkeit, eine 3 und eine 4 zu werfen, beträgt | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{36}$ | |
| n) | $\frac{2}{3}=$ | $0,3$ | $0,\overline{3}$ | $0,6$ | $0,\overline{6}$ | |
| o) | Die Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x)=x^2-n$ hat | eine Nullstelle bei $x=n$ | ihren Scheitelpunkt bei $S(0\|-n)$ | ihren Scheitelpunkt bei $S(0\|n)$ | keine Nullstellen | |
| p) | Die Größe des Winkels $\alpha$ wird bei der Taschenrechnereingabe angezeigt mit   *nicht maßstabsgerecht* | $\tan^{-1}(0,5)$ | $\tan^{-1}(2)$ | $\sin^{-1}(0,5)$ | $\sin^{-1}(2)$ | |
| q) | Die Diagonale eines Quadrates mit der Seitenlänge *a* berechnet man mit folgender Formel | $\sqrt{2a^2}$ | $\sqrt{2+a^2}$ | $\sqrt{2a}$ | $2a^2$ | |
| r) | Größer als $-0,023$ ist | $-0,0239$ | $-0,024$ | $-0,0229$ | $-0,0230$ | |
| s) | Zu welchem Funktionsterm gehören ausschließlich negative Funktionswerte? | $x^2-2$ | $-2x^2+2$ | $-x^2+3x-3$ | $x^2+x-7$ | |
| t) | $\frac{a}{2}+\frac{b}{4}=$ | $\frac{a+b}{6}$ | $\frac{2ab}{4}$ | $\frac{a+2b}{4}$ | $\frac{2a+b}{4}$ | |

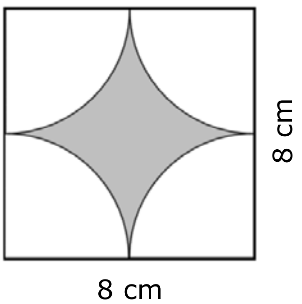
2. **Bestimme** die Lösungen folgender Gleichungen. (6 P)

   a) $9 = 4x^2 + 8$

   b) $x^2 - 6x - 7 = 0$

3. **Ermittle** $m$ und $b$ für die Geradengleichung $g(x) = mx + b$ mit Hilfe der Punkte $A(3 \mid 4)$ und $B(2 \mid 1)$. (4 P)

4. **Zeige**, dass der Flächeninhalt der grauen Fläche kleiner als $16\ \text{cm}^2$ ist. (4 P)

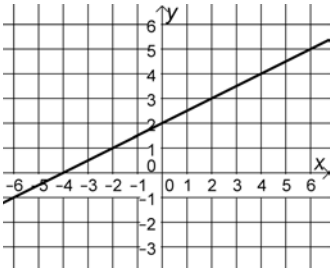
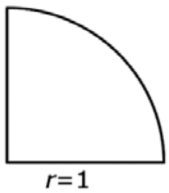
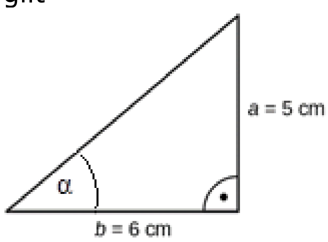



*Quelle: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2013, Haupttermin (überarbeitet); Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2017, Zweittermin (überarbeitet)*

## Sechstes Beispiel zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil (34 P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig.
   Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung".
   Eine Begründung wird nicht verlangt. (20 P)

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | $5 \cdot 99 =$ | 490 | 495 | 499 | 505 | |
| b) | Wie viele Ecken hat eine Pyramide mit dreieckiger Grundfläche? | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| c) | Welches Zufallsereignis hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{4}$? | Mit einem normalen Spielwürfel eine 4 werfen. | Von vier Plättchen mit den Zahlen 1 – 4 eine gerade Zahl ziehen. | Mit zwei Münzen einmal Kopf und einmal Zahl werfen. |  Das kurze von 4 Streich-hölzern ziehen. | |
| d) | $10^3 \cdot 10^2 =$ | 10 | $10^3$ | $10^5$ | $10^6$ | |
| e) | $(2+9)\cdot(8-3-5)+7=$ | $-7$ | 0 | 7 | 18 | |
| f) | Die kürzeste Strecke hat eine Länge von | 0,3 dm | 0,03 m | 0,003 km | 0,3 cm | |
| g) | $\frac{7}{8}-\frac{1}{3}=$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{6}{5}$ | $\frac{13}{24}$ | $\frac{29}{24}$ | |
| h) | $\frac{5}{9}\cdot\frac{3}{10}=$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{8}{19}$ | $\frac{15}{19}$ | $\frac{4}{45}$ | |
| i) | Der Punkt $P(3\vert 5)$ liegt auf der Geraden mit der Funktionsgleichung $g(x)=$ | $2x-1$ | $3x+5$ | $2x-7$ | $2x+1$ | |
| j) | Auf eine Rechnung über 1 200 € bekommt ein Kunde 3 % Rabatt. Er bezahlt | 840 € | 1 164 € | 1 188 € | 1 236 € | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| k) | Die Gleichung $9=(2x-5)^2$ hat die Lösungen | $x_1=8$ <br> $x_2=2$ | $x_1=-1$ <br> $x_2=-4$ | $x_1=7$ <br> $x_2=-2$ | $x_1=4$ <br> $x_2=1$ | |
| l) |   Zu dieser Geraden gehört die Funktions-vorschrift $g(x)=$ | $\frac{1}{2}x+2$ | $2x+2$ | $\frac{1}{2}x-2$ | $2x-2$ | |
| m) | Die Gerade mit der Funktionsgleichung $f(x)=4x+8$ hat ihren Schnittpunkt mit der $x$-Achse im Punkt | $N(0 \mid -4)$ | $N(-2 \mid 0)$ | $N(2 \mid 0)$ | $N(0 \mid -2)$ | |
| n) | $(y+1)\cdot(y+1)=$ | $y^2+2$ | $y^2+2y+2$ | $y^2+1$ | $y^2+2y+1$ | |
| o) | $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}=$ | 10 | 100 | $\sqrt{10}$ | $\sqrt{25}$ | |
| p) | Die Figur hat folgenden Umfang   *nicht maßstabsgerecht* | $\frac{1}{4}\cdot\pi-2$ | $\frac{1}{2}\cdot\pi+2$ | $\frac{1}{4}\cdot\pi+1$ | $\pi+2$ | |
| q) | Die Parabel mit der Funktionsvorschrift $f(x)=(x+b)^2$ hat | keinen $y$-Achsen-schnitt-punkt | keine Nullstellen | eine Nullstelle | zwei Nullstellen | |
| r) | In folgendem Dreieck gilt   *nicht maßstabsgerecht* | $\sin\alpha=\frac{5}{\sqrt{61}}$ | $\sin\alpha=\frac{6}{\sqrt{61}}$ | $\tan\alpha=\frac{6}{5}$ | $\cos\alpha=\frac{5}{\sqrt{61}}$ | |

| | **Aufgabe** | **A** | **B** | **C** | **D** | **Lösung** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| s) | In einem Beutel sind 10 Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 10 beschriftet sind. Bestimme die Wahrscheinlichkeit – ohne Zurücklegen – aus dem Beutel zuerst eine gerade Zahl und danach die „5" oder „7" zu ziehen. | $\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{10}$ | $\frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9}$ | $\frac{5}{10} \cdot \frac{7}{9}$ | $\frac{5}{10} \cdot \frac{2}{10}$ | |
| t) | $\left(4^{2b}\right)^3 =$ | $4^{5b}$ | $4^{2b+3}$ | $4^{6b}$ | $4^{2b-3}$ | |

2. Die Gerade mit der Funktionsgleichung $g(x) = mx + 3$ verläuft durch den Punkt $P(2 \mid 7)$.
**Berechne** die Steigung der Geraden. (3 P)

3. Das Volumen einer Kugel wird mit der Formel $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ berechnet.
**Bestimme** den Radius der Kugel mit einem Volumen von $36\ \pi\ \text{cm}^3$. (4 P)

4. **Bestimme** die Lösungen folgender Gleichung: $0 = (x-3)(x^2 - 8x + 16)$. (3 P)

5. In fünf 10. Klassen wurden die Jugendlichen nach ihrem Lieblingstier gefragt.
   In folgender Tabelle sind die Ergebnisse dargestellt.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Lieblings-tier | Mädchen | Jungen | Mädchen | Jungen | gesamt |
| 2 | | absolute Häufigkeit | absolute Häufigkeit | relative Häufigkeit in % (gerundet) | relative Häufigkeit in % (gerundet) | relative Häufigkeit in % (gerundet) |
| 3 | Hund | 4 | 29 | 6,2 | 45,3 | 25,6 |
| 4 | Katze | 12 | 2 | 18,5 | 3,1 | 10,9 |
| 5 | Hamster | 7 | 8 | 10,8 | 12,5 | 11,6 |
| 6 | Kaninchen | 11 | 4 | 16,9 | 6,3 | 11,6 |
| 7 | Pferd | 18 | 3 | 27,7 | 4,7 | 16,3 |
| 8 | Maus | 9 | 10 | 13,7 | 15,6 | 14,7 |
| 9 | Fisch | 4 | 8 | 6,2 | 12,5 | 9,3 |
| 10 | | | | | | |
| 11 | Summe | 65 | 64 | | | |
| 12 | | | | | | |

a) **Gib** die Formel **an**, die den Wert der Zelle C11 berechnet. (2 P)

b) **Begründe**, warum in den Zellen D11 und E11 die Werte gleich sein müssen. (2 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2016, Dritttermin (überarbeitet)*

# 5. Komplexe Aufgaben zu den Leitideen mit Einsatz des Taschenrechners

## 5.1 Aufgaben zur Leitidee Raum und Form sowie zur Leitidee Messen

### Wassertank (22 P)

In der Abbildung 1 ist ein Wassertank dargestellt.
Oben ist der Wassertank geschlossen.

a) **Gib an**, aus welchen geometrischen Körpern der Wassertank zusammengesetzt ist. (2 P)

b) Der obere Teil des Wassertanks soll von außen einen neuen Anstrich mit Farbe erhalten.
1 Liter Farbe reicht für 8 $m^2$ aus.

- **Bestätige**, dass dazu eine Fläche von etwa 31,4 $m^2$ angestrichen werden muss.
- **Berechne** die Menge an Farbe, die für den Anstrich benötigt wird.

(4 P)

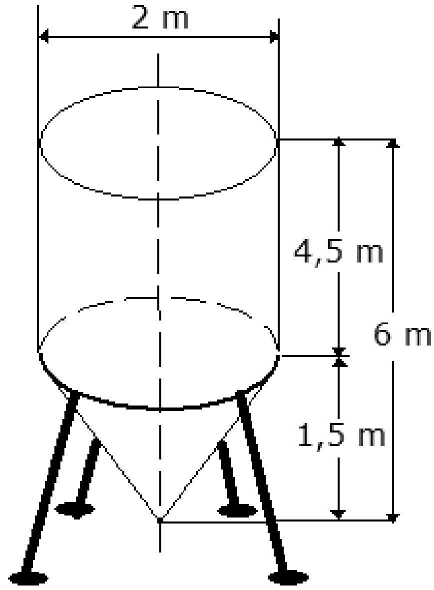


Abbildung 1
*nicht maßstabsgerecht*

c) **Berechne** das Volumen des oberen Teil des Wassertanks. (2 P)

d) Der untere spitze Teil des Wassertanks wird bis zu seiner halben Höhe mit Wasser gefüllt.

**Bestimme** die Wassermenge in Kubikmetern, die der untere spitze Teil des Wassertanks dann enthält. (5 P)

e) Die untere Spitze des Wassertanks B ist 35 cm vom Boden entfernt (siehe Abbildung 2).

**Bestätige**, dass die Außenseite des unteren Teils vom Wassertank (Seite *a*) etwa 1,80 m und die Seite *c* etwa 3,38 m lang ist. (4 P)

f) Der Wassertank steht auf vier Standbeinen mit der Länge *b* (siehe Abbildung 1 und 2).
Folgende Winkelgrößen sind bekannt:
$\alpha = 30°$ und $\gamma = 70°$.

**Ermittle** die Länge *b* eines Standbeins. (5 P)

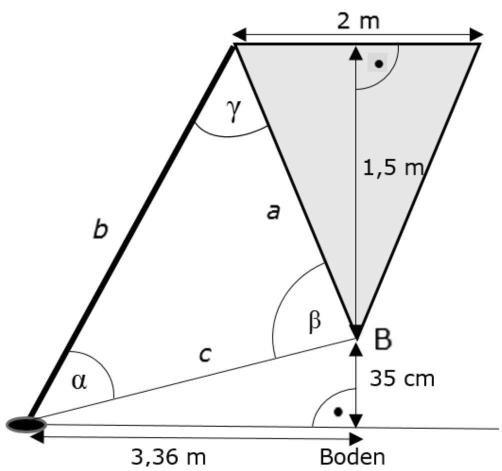


Abbildung 2
*nicht maßstabsgerecht*

*Quelle: KMK-Bildungsstandards Mathematik. Mittlerer Abschluss, 2003 (überarbeitet)*

*Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen*

**Kartenhaus** (22 P)

Ein Kartenhaus wird normalerweise aus Spielkarten gebaut (siehe Abbildung 1).
Eine Spielkarte ist 9 cm lang und 6 cm breit.

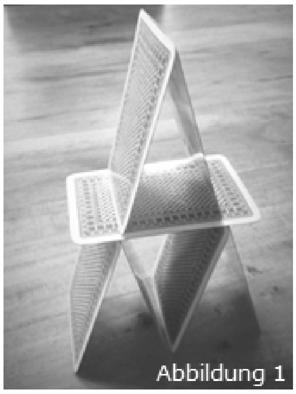



Foto: *BSB Hamburg*

a) **Bestätige**, dass eine Spielkarte einen Flächeninhalt von $54\ cm^2$ hat. (1 P)
*Hinweis: Die abgerundeten Ecken werden vernachlässigt.*

b) Das bisher größte Kartenhaus bestand aus 91 800 Spielkarten. Jan behauptet, dass die Fläche, die man mit diesen Spielkarten auslegen könnte, genauso groß sei wie ein Fußballfeld mit 7 140 $m^2$.

**Bestätige** durch Rechnung, dass Jan nicht Recht hat. (3 P)

c) Das Kartenhaus in Abbildung 1 ist zweistöckig.
Es besteht aus 7 Spielkarten.
**Bestimme**, wie viele Spielkarten man mindestens benötigt, um ein vierstöckiges Kartenhaus zu bauen. (3 P)

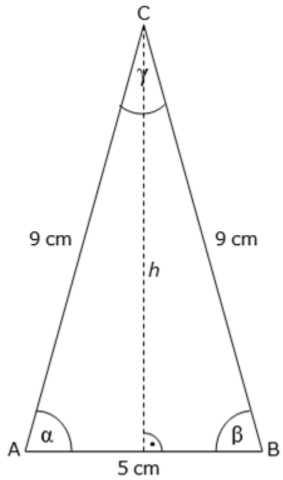



Abbildung 2
*nicht maßstabsgerecht*

In der Frontalansicht (siehe Abbildung 2) bilden im Kartenhaus mit dem Boden als Grundseite zwei Spielkarten ein gleichschenkliges Dreieck.

d) Zur besseren Stabilität wird am Boden ein Abstand von 5 cm zwischen zwei Spielkarten gelassen.

- **Berechne** die Höhe *h* des Dreiecks.
- **Bestimme** die Größe der Winkel $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$. (8 P)

e) Zwischen zwei solchen Dreiecken (siehe Abbildung 3) entsteht der Winkel $\gamma_2$.

**Begründe**, ohne zu messen, dass der Winkel $\gamma_2$ genauso groß ist wie der Winkel $\gamma_1$. (3 P)

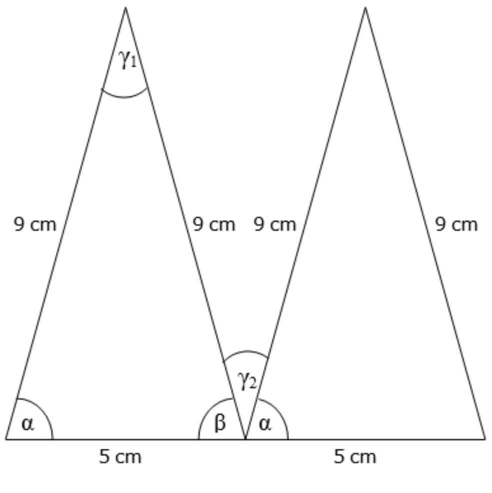



Abbildung 3
*nicht maßstabsgerecht*

f) Sonja baut ein Kartenhaus aus Visitenkarten.
Am Boden lässt sie einen Abstand von 4 cm zwischen zwei Karten.
Der dem Boden gegenüberliegende Winkel $\gamma$ hat eine Größe von 28°.

**Bestimme** die Länge einer Visitenkarte. (4 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2016, Zweittermin (überarbeitet)*

*Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen*

**Windpark** (22 P)

Für einen neuen Windpark sollen Windräder aufgestellt werden.
Ein Windrad besteht aus einem Stahlturm auf dem eine Gondel mit drei Rotorblättern befestigt ist (siehe Abbildung 1).
Ein Rotorblatt ist 16 m lang.

Abbildung 1
Foto © angieconscious / www.pixelio.de

a) **Gib** durch Abschätzung mithilfe der Abbildung 1 die ungefähre Höhe des Stahlturmes bis zur Stelle, an der der Rotor befestigt ist, **an.** (2 P)

b) Die sich drehenden Rotorblätter beschreiben eine Kreisfläche.

**Berechne** die Größe der Kreisfläche. (3 P)

c) Bei einer Windgeschwindigkeit von mehr als 25 Metern in der Sekunde werden die Windräder aus Sicherheitsgründen gestoppt.
Bei dieser Windgeschwindigkeit drehen sich die Rotorblätter in 3 Sekunden zweimal.

- **Bestätige**, dass die Spitze eines Rotorblattes bei einer Umdrehung etwa 100 Meter zurücklegt.
- **Ermittle** die Geschwindigkeit der Spitze eines Rotorblattes in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ bei einer Windgeschwindkeit von 25 Metern in der Sekunde. (6 P)

d) Ein 1,69 m großer Spaziergänger sieht ein anderes Windrad und möchte wissen, wie hoch dieses ist (siehe Abbildung 2).
Er peilt die Spitze dieses Windrades aus einem Abstand von 400 m unter einem Höhenwinkel von 18° an.

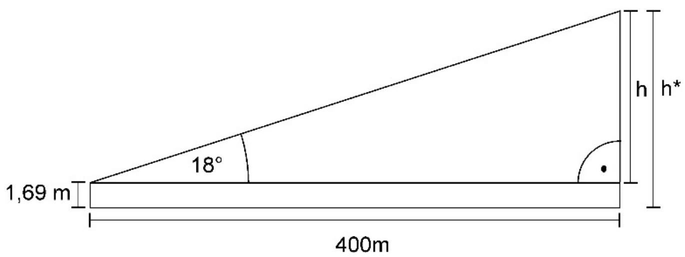



Abbildung 2
*nicht maßstabsgerecht*

**Bestimme** die Höhe des Windrades *h**. (4 P)

e) Für den Winpark sollen zunächst drei Windräder an den Standorten A, B und C aufgestellt werden (siehe Abbildung 3).
Aus Sicherheitsgründen müssen die Standorte der Windräder mindestens 240 m jeweils voneinander entfernt sein.
Die Standorte A und C erfüllen mit einem Abstand von 273 m diese Bedingung.
Folgende weitere Daten sind bekannt:

$\alpha = 51°$ $\beta = 62°$

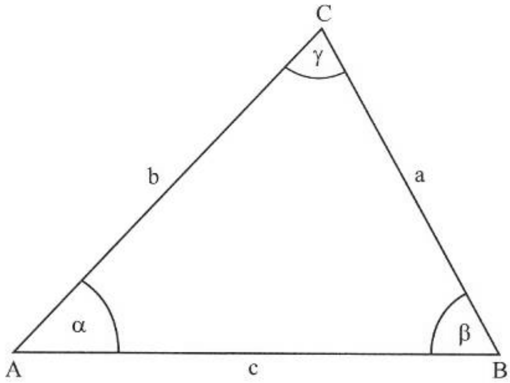



Abbildung 3
*nicht maßstabsgerecht*

- **Entscheide**, ob der Sicherheitsabstand auch bei den Standorten B und C eingehalten wurde.

- Der Standort D eines vierten Windrades soll spiegelbildlich zum Standort C bezüglich $\overline{AB}$ liegen.
**Bestimme** die Entfernung zwischen den Standorten C und D. (7 P)

*Quelle: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2007, Haupttermin (überarbeitet); Beispielaufgaben für die schriftliche Überprüfung an Gymnasien. Klasse 10. Mathematik (überarbeitet)*

*Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen*

## Der schiefe Turm von Pisa (22 P)

a) Der Bau des Turmes begann im Jahr 1173 und endete im Jahr 1372.
**Gib** die Länge der Bauzeit **an**. (1 P)

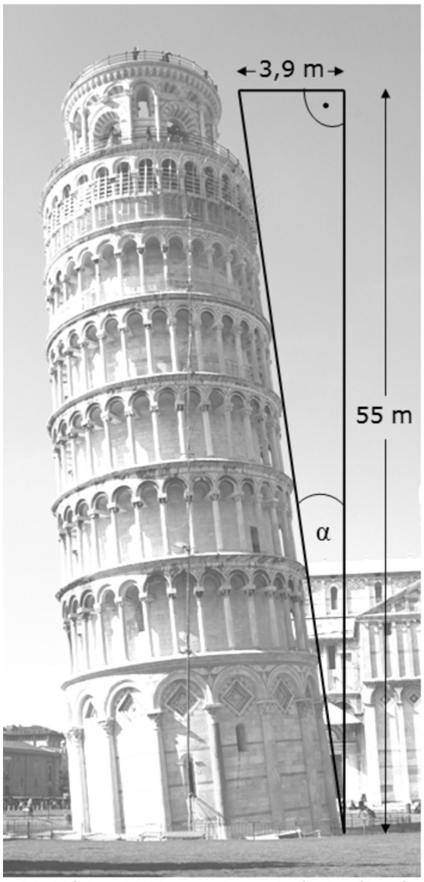
b) Alle 30 Minuten werden höchstens 40 Personen auf den Turm gelassen.
Der Turm ist täglich - außer montags - von 9 bis 18 Uhr geöffnet.
Der Eintritt kostet pro Person 18 €.
**Berechne** die maximalen Wocheneinnahmen. (4 P)

Zur Sicherung des Turmes wurden verschiedene Sanierungsarbeiten durchgeführt.

c) Zum Beispiel wurden Stahlringe um den Turm gelegt.
Ein Stahlring hatte einem Umfang von 48,6 m.
**Bestimme** den Durchmesser von diesem Stahlring. (3 P)

Heute beträgt die Neigung des Turmes 3,9 m am höchsten Punkt in 55 m Höhe (siehe Abbildung 1).

d) • **Berechne** die Höhe, die der Turm ohne Schieflage hätte.
• **Gib** den Höhenunterschied zur derzeitigen Höhe in Zentimetern **an**. (4 P)



Matthias Mittenentzwei / pixelio.de

Abbildung 1

e) Vor dem Beginn der Sanierungsarbeiten betrug der Neigungswinkel $\alpha = 5{,}5°$.
**Vergleiche** mit dem heutigen Neigungswinkel (siehe Abbildung 1). (4 P)

f) Während der Sanierungsarbeiten sicherten 103 m lange Stahlseile den Turm (siehe Abbildung 2).
Leon behauptet, dass die Stahlseile in 75 m Entfernung im Boden verankert waren.
**Entscheide**, ob Leons Behauptung stimmen kann. (6 P)

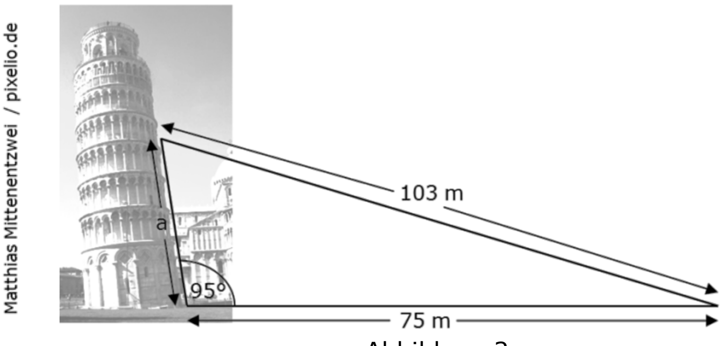



Abbildung 2
*nicht maßstabsgerecht*

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2016, Dritttermin (überarbeitet)*

*Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen*

**Billard** (22 P)

Die Spielfläche eines Billard-Tisches (siehe Abbildung 1) wird bei jedem Turnier mit einem neuen Stofftuch bezogen.
Die Spielfläche ist 2,84 m lang und 1,42 m breit.

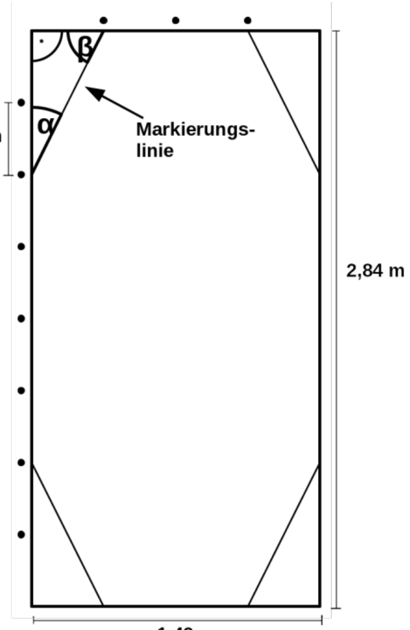



Abbildung 1
*nicht maßstabsgerecht*

a) **Bestätige**, dass die Spielfläche eine Größe von ungefähr 4 $m^2$ hat. (2 P)

b) Für das Beziehen des Tisches mit einem neuen Stofftuch benötigt man 15 % zusätzlichen Stoff.
Ein Quadratmeter kostet 47,59 €.

**Berechne** die Kosten für einen neuen Stoffbezug. (4 P)

c) Die lange Seite der Spielfläche ist durch 7 Punkte in gleich große Abstände unterteilt, die breite Seite durch 3 Punkte (siehe Abbildung 1).

**Bestätige**, dass der Abstand zwischen 2 Punkten jeweils 35,5 cm beträgt. (2 P)

d) Für ein Spiel sind auf dem Tisch Markierungslinien eingezeichnet (siehe Abbildungen 1 und 2).

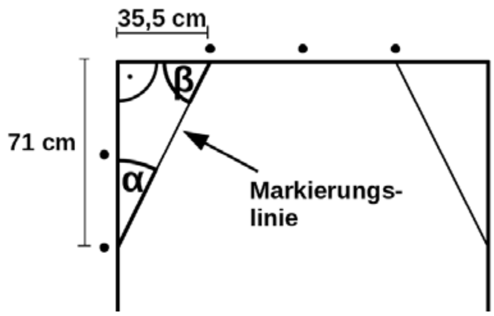



Abbildung 2
*nicht maßstabsgerecht*

- **Berechne** die Länge einer Markierungslinie.
- **Ermittle** die Größen der Winkel $\alpha$ und $\beta$. (8 P)

e) Die Kugeln 1, 2 und 3 sind auf der Spielfläche verteilt (siehe Abbildung 3).
Die Entfernung zwischen Kugel 1 und Kugel 2 beträgt 72 cm.
Der direkte Abstand zwischen Kugel 1 und Kugel 3 beträgt 122 cm.
Ein Spieler will mit der Kugel 1 die Kugel 2 so treffen, dass die Kugel 1 anschließend noch die Kugel 3 trifft.
Die Pfeile stellen den Weg der Kugel 1 dar.

**Bestimme** die Länge des eingezeichneten Weges von Kugel 1.
*Hinweis: Die Größe der Kugeln wird nicht berücksichtigt.* (6 P)

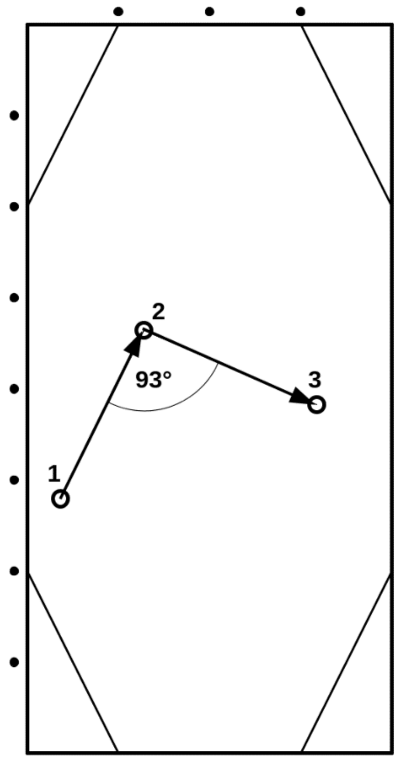



Abbildung 3
*nicht maßstabsgerecht*

Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2017, Haupttermin (überarbeitet)

*Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen*

## Pyramiden im Freizeitpark (22 P)

Die Anlage eines Freizeitparks ist geplant.
Zur Verfügung steht ein Gelände,
das 10 ha (100 000 $m^2$) groß ist.

Für Veranstaltungen, Ausstellungen und Gastronomie sollen Pavillons gebaut werden, die die Form quadratischer Pyramiden haben (siehe Foto).

Die Grundflächenseite der Pyramide ist 14,5 m lang, die Höhe der Seitenfläche hat eine Länge von 9,6 m.

Foto mit freundlicher Genehmigung von Galileo-Park

a) **Bestätige**, dass die Grundfläche einer Pyramide 210,25 $m^2$ groß ist. (2 P)

b) Die Seitenflächen sollen aus Kalksandstein bestehen.

**Berechne** den Materialbedarf für die vier Seitenflächen einer Pyramide zuzüglich 10 % Verschnitt. (5 P)
*Hinweis: Der Eingangsbereich wird hier nicht berücksichtigt.*

c) 8 % der Fläche des Freizeitsparks sind für die Pavillons reserviert.

- **Bestätige**, dass damit insgesamt 8 000 $m^2$ für Pavillons zur Verfügung stehen.
- **Bestimme** die Anzahl der Pavillons, die höchstens aufgebaut werden können. (4 P)

d) Die Kosten für die Beheizung der Gebäude sollen berechnet werden.
Der Wärmebedarf für einen Raum wird über die Leistung gemessen und in Kilowatt (kW) angegeben.
Der Wärmebedarf hängt vom Raumvolumen ab.

Die folgende Berechnungstabelle (hier nur ein Auszug) dient als Grundlage zur Bestimmung des Wärmebedarfs:

| Rauminhalt in $m^3$ | 25 - 30 | 50 - 60 | 100 - 240 | 350 - 480 | 600 - 760 | 2 300 – 3 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Wärmebedarf: Leistung in kW | 2 | 3 | 6 | 23 | 35 | 116 |

**Bestimme** den Wärmebedarf für eine Pyramide. (5 P)

e) Das Gelände, das für den Freizeitpark vorgesehen ist, grenzt an einen großen See. Zwei Pyramiden, die laut Planung am Seeufer stehen, sollen über eine Brücke miteinander verbunden werden (siehe Abbildung 1).
Dazu wird die folgende Skizze angefertigt:

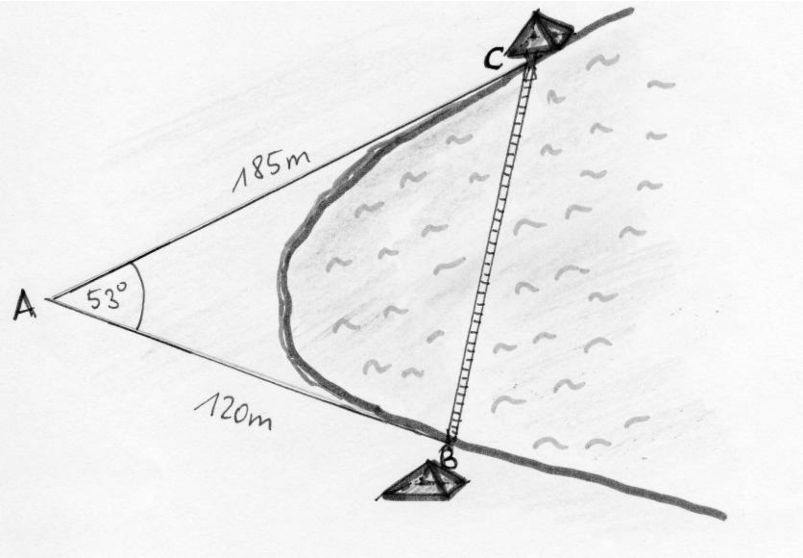
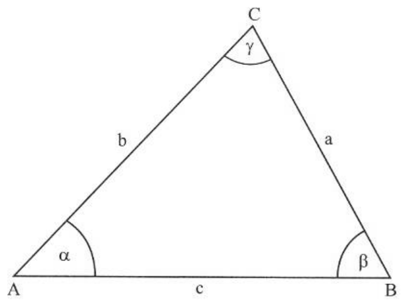



Abbildung 1
*nicht maßstabsgerecht*

Auf einem Formelblatt findet man den so genannten Kosinussatz in drei Versionen:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$




Mit seiner Hilfe kann man aus zwei Dreiecksseiten und dem eingeschlossenen Winkel die dritte Dreiecksseite berechnen.

- **Zeige** mithilfe des Kosinussatzes, dass die geplante Brücke etwa 148 m lang ist.
- **Bestimme** die Größe des Winkels $\beta = \sphericalangle ABC$. (6 P)

Quelle: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2012, Zweittermin (überarbeitet)

*Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen*

## Ballschachtel (22 P)

Eine Sportartikelfirma verpackt jeweils drei Bälle in eine Ballschachtel (siehe Abbildung 1).

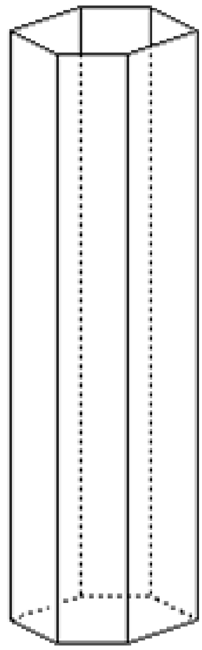


Abbildung 1
*nicht maßstabsgerecht*

a) In der Ballschachtel ist unten eine 3 cm hohe Styroporschicht, dann folgen die drei Bälle, die jeweils alle sechs Seitenflächen von innen berühren.
Über den Bällen befindet sich wieder eine 3 cm hohe Styroporschicht.
Der Radius eines Balles beträgt ungefähr 8 cm.

**Bestätige**, dass die Ballschachtel ungefähr 54 cm hoch ist. (3 P)

b) **Skizziere** ein mögliches Netz der Ballschachtel. (3 P)
*Hinweis: Das Netz muss nicht maßstabsgerecht sein*.

c) In Abbildung 2 ist die Grundfläche der Ballschachtel und der Grundriss eines Balles dargestellt.
**Bestätige**, dass der Radius eines Balles gerundet 7,8 cm groß ist. (3 P)

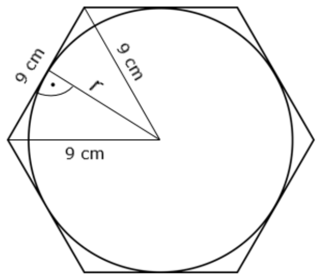



Abbildung 2
*nicht maßstabsgerecht*

d) Es soll der Materialbedarf für eine Ballschachtel ermittelt werden.

- **Bestätige**, dass die Grundfläche in etwa 210 $cm^2$ groß ist.
- **Berechne** den gesamten Materialbedarf für eine Ballschachtel. (8 P)

e) Ein Tennisball wird vom Spieler A zum Spieler B geschlagen (siehe Abbildung 3).
Der Spieler B spielt den Tennisball zurück ins Feld von Spieler A.
Es gilt:
$z$ = 15 m; $\alpha = 25°$; $\beta = 18°$

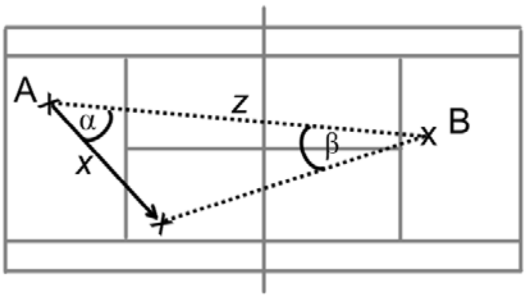



Abbildung 3
*nicht maßstabsgerecht*

**Bestimme** die Länge des Weges $x$, die der Spieler A zurücklegen muss, um den Tennisball zu erreichen. (5 P)
*Hinweis: Die Flugbahn des Balles wird als Strecke angenommen.*

*Quellen: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2005, Zweittermin (überarbeitet); Beispielaufgaben für die schriftliche Überprüfung an Gymnasien. Klasse 10. Mathematik (überarbeitet)*

*Leitidee Raum und Form sowie Leitidee Messen*

## Water Walking Ball (22 P)

„Water Walking Balls“ sind aufgeblasene Kunststoffbälle, in denen man über das Wasser laufen kann (siehe Foto).

Theo hat an einem See einen nahezu rechteckigen Bereich mit Markierungen abgesichert (siehe Abbildung 1).
Der Sicherheitsbereich ist 64 m lang und 32 m breit.

*Foto: BSB Hamburg*

a) **Bestätige**, dass die Wasseroberfläche des Sicherheitsbereichs 2 048 $m^2$ groß ist. (2 P)

An einem Steg werden die Bälle A und B an Seilen befestigt (siehe Abbildung 1).

b)
- **Bestimme** durch Messen die Größe des Winkels $\alpha$, der durch die beiden Seile gebildt wird.
- **Nenne** die Winkelart.
- **Begründe**, warum ein überstumpfer Winkel nicht zustande kommen kann.

(4 P)

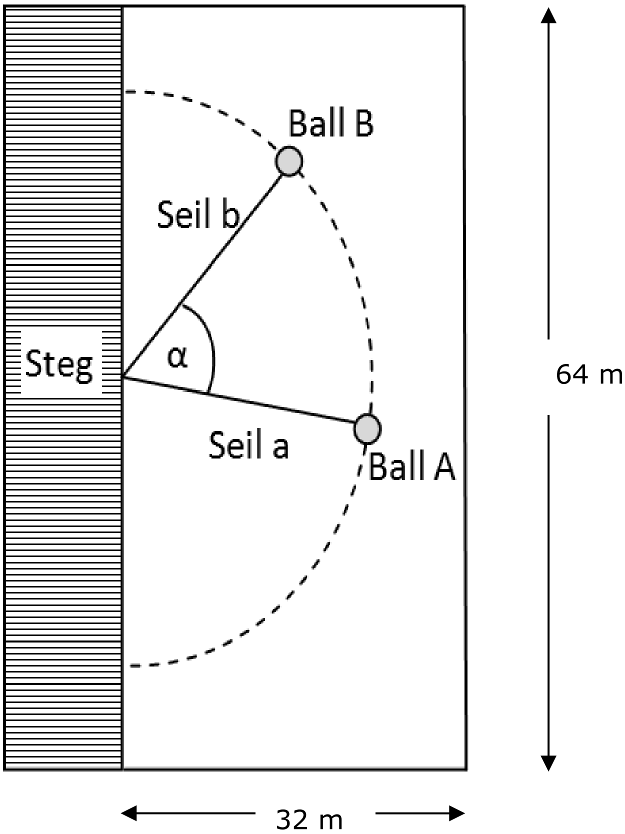



Abbildung 1
*nicht maßstabsgerecht*

Aufgrund der Seile kann man sich mit den Kunststoffbällen nur in einem begrenzten Bereich bis maximal zur gestrichelten Linie bewegen (siehe Abbildung 1).
Die Seile sind 25 m lang, sodass der Abstand zwischen dem Befestigungspunkt am Steg und der Mitte des Balls 26 m beträgt.
Der Teil des Sicherheitsbereichs, der außerhalb der gestrichelten Linie liegt, kann mit den Kunststoffbällen nicht erreicht werden.

c) **Berechne**, wie viel Prozent des Sicherheitsbereichs nicht von Kunststoffbällen erreicht werden kann.

(4 P)

Ein leerer Kunststoffball wird mithilfe eines elektrischen Gebläses mit Luft befüllt.
Das Gebläse kann im Durchschnitt 520 Kubikmeter Luft pro Stunde in den Kunststoffball pumpen.
Ein aufgepumpter Kunststoffball hat einen Durchmesser von 2,0 m.

d) **Berechne**, wie viele Sekunden benötigt werden, um einen Kunststoffball mit Luft zu befüllen. (4 P)

e) Caro hat eine Zeichnung angefertigt, in dem ein Seil straff gespannt ist und mit der Wasseroberfläche einen Winkel von 2° bildet (siehe Abbildung 2).

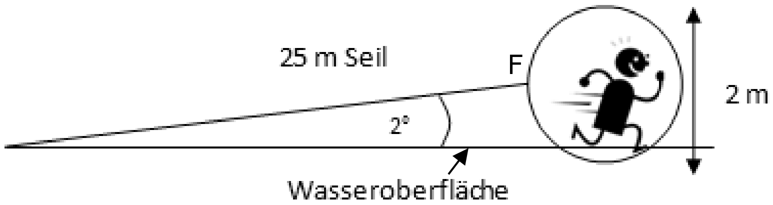



Abbildung 2
*nicht maßstabsgerecht*

**Bestimme**, wie hoch die Seilanbringung F über der Wasseroberfläche ist. (4 P)

Theo dreht den Kunststoffball gleichmäßig und hat gemessen, dass er für eine vollständige Umdrehung des Kunststoffballes 5 Sekunden benötigt hat.
Er zeichnet einen Querschnitt des Kunststoffballes in ein Koordinatensystem und markiert darauf den Punkt P (1 | 0) (siehe Abbildung 3).
Nach einer Sekunde Drehung gegen den Uhrzeigersinn um den Ursprung als Drehpunkt befindet sich der Punkt an einer anderen Stelle.

f) **Ermittle** die Koordinaten, an denen sich der Punkt nach einer Sekunde befindet. (4 P)

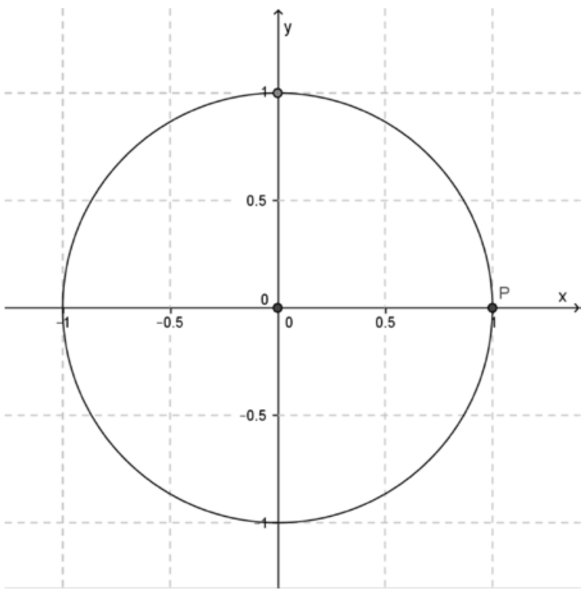



Abbildung 3

Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2015, Dritttermin (überarbeitet)

## 5.2 Aufgaben zur Leitidee funktionaler Zusammenhang

### Europapassage (22 P)

Die Europapassage gibt es seit dem Jahr 2006 in Hamburg.

a) Pro Jahr kommen etwa $1{,}83 \cdot 10^7$ Besucher in die Europapassage.
**Berechne** die durchschnittliche Besucheranzahl pro Tag. (3 P)
*Hinweis: Ein Jahr hat durchschnittlich 365,25 Tage.*

Das Parkhaus der Europapassage hat 700 Stellplätze. 24 % der Stellplätze sind fest vermietet und kosten pro Stellplatz 65 € Miete im Monat.
Der verbleibende Rest wird durch die sogenannte „Laufkundschaft" genutzt, von der man annimmt, dass sie durchschnittlich 4,50 € pro Tag und Stellplatz an Parkgebühren bezahlt.

Abbildung 1
Foto © Seltzrecht /www.pixelio.de

b) **Berechne** die durchschnittlichen monatlichen Einnahmen für die Stellplätze.
*Hinweis: Nimm 30 Tage für einen Monat an.* (6 P)

Die Passage ist 160 m lang.
Die fünf Etagen sind durch Bögen miteinander verbunden (siehe Abbildung 1).
Am Anfang und am Ende der Passage befindet sich je ein Bogen.
Dazwischen sind weitere 19 Bögen, die in gleichmäßigen Abständen stehen.

c) **Berechne** den Abstand zwischen zwei Bögen. (3 P)

Die Bögen haben modellhaft die Form einer Parabel (siehe Anlage).

d) Eine der folgenden Funktionsgleichungen beschreibt modellhaft den Verlauf der Parabel:

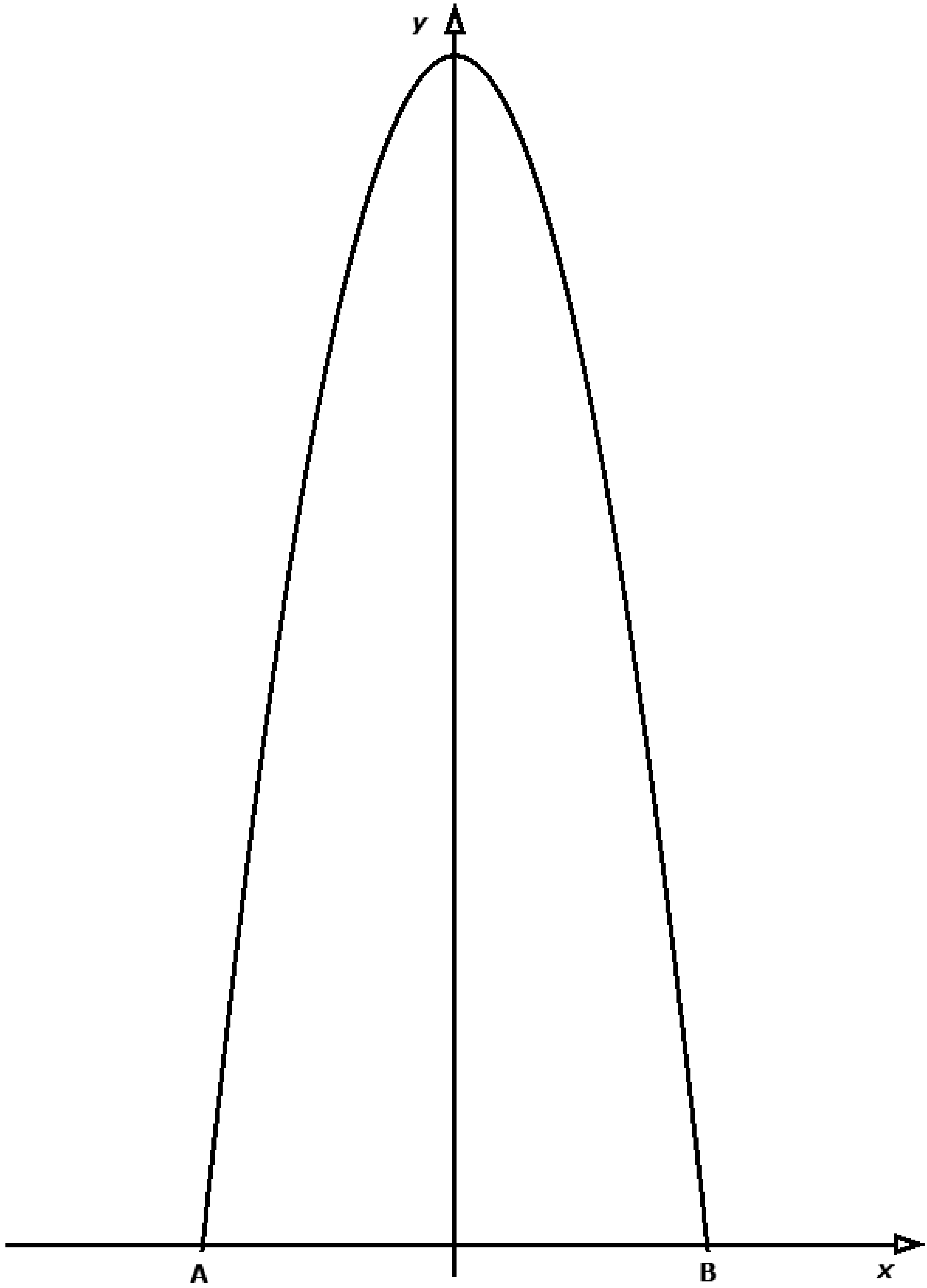
$f_1(x) = -1{,}2 \cdot x^2 - 18{,}5$ $\quad f_2(x) = 1{,}2 \cdot x^2 + 18{,}5$ $\quad f_3(x) = -1{,}2 \cdot x^2 + 18{,}5$

**Begründe**, dass nur die dritte Funktionsgleichung infrage kommt. (2 P)

e)
- **Gib** die Höhe eines Bogens (siehe Anlage) **an**.
- **Bestimme** den Abstand zwischen den Punkten A und B. (5 P)

f) Der Graph mit der Funktionsgleichung $f_3(x) = -1{,}2 \cdot x^2 + 18{,}5$ wird zuerst an der $x$-Achse gespiegelt und dann um 2 Einheiten auf der $x$-Achse nach rechts verschoben.
**Beschreibe**, wie sich die Funktionsgleichung ändert. (3 P)

*Anlage zur Aufgabe "Europapassage"*




*Quelle: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2007, Zweittermin (überarbeitet)*

*Leitidee Funktionaler Zusammenhang*

## Feuerwerksraketen und Wasserraketen (22 P)

a) In der Silvesternacht werden in Deutschland insgesamt ungefähr 10 000 Tonnen Feuerwerksartikel gezündet.
„Ein LKW kann mit 12,5 t geladen werden. Dieser müsste 800-mal fahren, um die Feuerwerksartikel zu transportieren", überlegt Sabrina.
**Bestätige**, dass Sabrina Recht hat. (2 P)

b) Im Jahr 2015 wurden rund 129 Millionen Euro für Feuerwerksartikel bezahlt.
20 % davon wurden für Raketen ausgegeben.
**Berechne** die Ausgaben für Raketen für das Jahr 2015. (2 P)

In einem Schulprojekt werden Raketen in einem Versuch mit Hilfe von Wasserdruck angetrieben.

c) Die Flugbahn einer solchen Rakete (siehe Abbildung 1) lässt sich modellhaft mithilfe einer Parabel darstellen.
Die Entfernung vom Abschussort *x* und die Höhe *y* der Rakete sind jeweils in Metern angegeben.

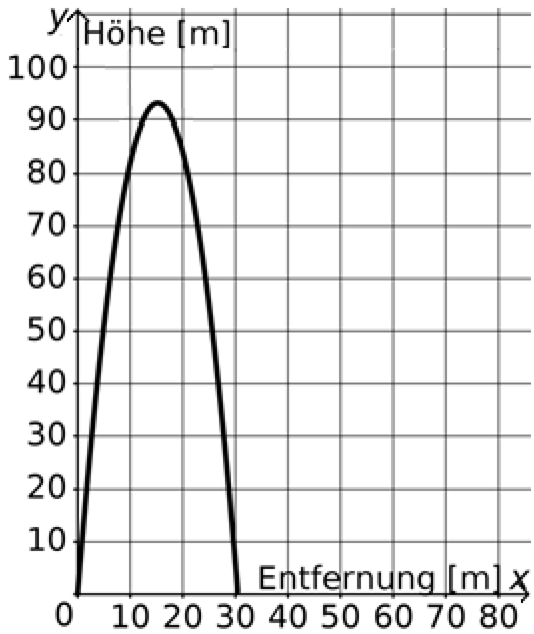



Abbildung 1

**Gib** durch Ablesen **an**:

- Die maximale Höhe, die diese Rakete ungefähr erreicht, beträgt ____________ m.
- Die ungefähre Entfernung zwischen dem Start- und dem Landepunkt dieser Rakete beträgt ____________ m.
- Die fehlenden Angaben in der Wertetabelle sind:

| *x* | 0 | 5 | | |
|---|---|---|---|---|
| *y* | 0 | | 80 | 80 |

- **Begründe**, warum zum Beispiel für *x* = 35 kein *y*-Wert mehr dargestellt wird.

(7 P)

Die Funktionsgleichung $f(x) = -0,4x^2 + 12,2x$ beschreibt modellhaft die Flugbahn dieser Rakete. Dabei gibt $x$ die Entfernung vom Abschussort der Rakete in Meter an, $f(x)$ die Höhe der Rakete in Meter.

d) • **Berechne** die genaue Entfernung vom Startpunkt bis zur Landung.
• **Ermittle** durch Rechnung die maximale Höhe, die die Rakete erreicht. (8 P)

e) Die Rakete soll bei einer Entfernung von 4 m vom Startpunkt ein Gebäude mit einer Höhe von 40 m überfliegen (siehe Abbildung 2).
**Entscheide** mithilfe einer Rechnung, ob die Rakete das Gebäude trifft. (3 P)

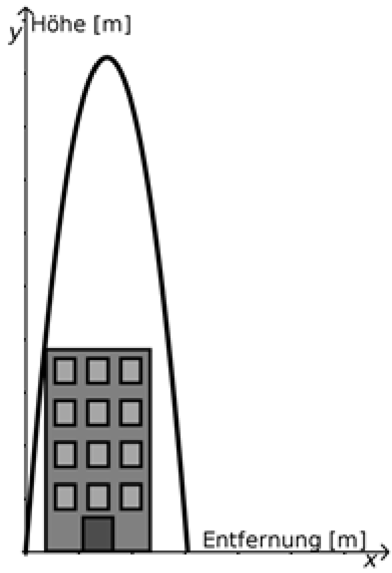



Abbildung 2

Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2017, Ersttermin (überarbeitet)

*Leitidee funktionaler Zusammenhang*

## Besuch im Tierpark (22 P)

29 Schülerinnen und Schüler sowie 2 Lehrer besuchen einen Tierpark. Es wird sich für den Kauf einer Gruppenkarte entschieden.

Eintrittspreise

| **Einzelkarte** | |
|---|---|
| Erwachsene | 8,50 € |
| Kinder (4-14 Jahre) | 5,00 € |
| Schüler und Studenten | 6,00 € |
| **Gruppenkarte (ab zehn zahlenden Personen)** | |
| Erwachsene | 6,50 € |
| Kinder (4-14 Jahre) | 3,50 € |
| Schüler und Studenten | 4,50 € |

a) Die Schülerinnen und Schüler sind 15 und 16 Jahre alt.
**Berechne** die gesamten Kosten für die Eintrittskarten. (3 P)

b) Lucie meint, dass ein Schüler durch eine Einzelkarte etwa 33 % mehr als bei einer Gruppenkarte zahlen muss.
**Bestätige**, dass Lucie Recht hat. (3 P)

Um das kreisförmige Gehege der Robben führt ein 280 m langer Rundweg.

c) • **Bestimme** den Durchmesser des Geheges (Kontrollzahl: $\approx 89$ m).
• **Berechne** die Größe der Fläche von dem Gehege. (3 P)

Einmal am Tag werden die Robben gefüttert.
Den Robben werden Heringe im hohen Bogen zugeworfen (siehe Abbildung 1).
Einem Tierpfleger gelingt es, so zu werfen, dass eine Robbe den Hering direkt auffangen kann.
Die Flugbahn des Herings wird bei diesem Wurf modellhaft durch die folgende Funktionsgleichung beschrieben:

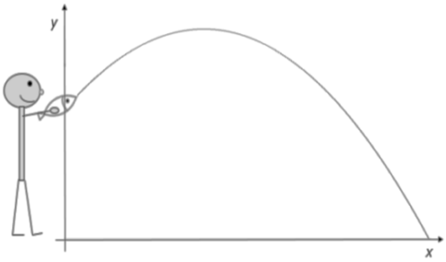


Abbildung 1

$$f(x) = -0{,}18x^2 + 0{,}9x + 1{,}8$$

Dabei steht $x$ für die Flugweite in Metern und $f(x)$ für die Flughöhe in Metern.
Eine Längeneinheit entspricht einem Meter.

d) • **Bestätige**, dass der Punkt P $(4 \mid 2{,}52)$ auf der Flugbahn liegt.
• **Ergänze** die Wertetabelle um die fehlende Angabe. (3 P)

| $x$ | 3,00 m | 4,00 m |
|---|---|---|
| $f(x)$ | | 2,52 m |

e) • **Bestimme** die Entfernung der Robbe bis zum Tierpfleger.
• **Ermittle** die maximale Höhe der Flugbahn des Herings bei diesem Wurf. (7 P)

f) Der Tierpfleger wirft noch zwei weiteren Robben jeweils einen Hering zu.
Die Flugbahnen von diesen Heringen lassen sich mit den Funktionsgleichungen $g(x) = -0{,}2x^2 + 0{,}6x + 1{,}8$ und $h(x) = -0{,}6(x - 0{,}5)^2 + 1{,}7$ modellhaft beschreiben.

**Vergleiche**, wie sich die Flugbahnen $g(x)$ und $h(x)$ in Bezug auf die Abwurfhöhe voneinander unterscheiden. (3 P)

*Quelle: Beispielaufgaben für die schriftliche Prüfung zum mittleren Schulabschluss im Fach Mathematik 2015 (überarbeitet)*

*Leitidee funktionaler Zusammenhang*

## Autofahrten (22 P)

Emily plant, mit einem Leihwagen nach Bremen und Köln zu fahren.
Sie stellt folgende Tabelle zusammen (siehe Tabelle 1):

| Start | Ziel | Kilometer |
|---|---|---|
| Hamburg | Bremen | 109 |
| Bremen | Köln | 317 |
| Ausflüge insgesamt (geschätzt) | | 100 |

Tabelle 1

Auf der Hin- und Rückreise möchte sie jeweils die gleiche Strecke fahren.

a) **Bestätige**, dass Emily insgesamt ungefähr 950 km fahren wird. (2 P)

Die Autovermietung AUTOFIX wirbt:

*Leihwagen – pro Tag nur 23,20 €*
*Gleich losfahren mit vollem Benzintank*
*- Sie geben das Auto vollgetankt zurück. -*

Emily benötigt das Auto für eine Woche; angegeben ist ein durchschnittlicher Benzinverbrauch von 6 Liter pro 100 Kilometer.
Sie geht von einem Benzinpreis von 1,339 € pro Liter aus.

b) **Berechne** Emilys Kosten für den Leihwagen einschließlich Benzin. (4 P)

c) Der Benzinverbrauch eines Autos hängt unter anderem ab von der gefahrenen Geschwindigkeit und in welchem Gang gefahren wird.
Die folgende Funktionsgleichung beschreibt dies modellhaft für eine Geschwindigkeit zwischen 60 und 130 km/h und einer Fahrt im 5. Gang:

$$f(x) = 0{,}0004x^2 - 0{,}032x + 3{,}5144$$

$f(x)$ steht für Benzinverbrauch in Liter pro 100 km;
$x$ entspricht der Geschwindigkeit in km/h

Die Funktion $f(x)$ ist in der Tabelle 2 und im Graphen (siehe Abbildung 1) dargestellt:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | Geschwindigkeit in km/h | 60 | | 100 | 120 | 130 |
| $f(x)$ | ungefährer Benzinverbrauch in Litern pro 100 km | 3,0 | 3,5 | 4,3 | | 6,1 |

Tabelle 2

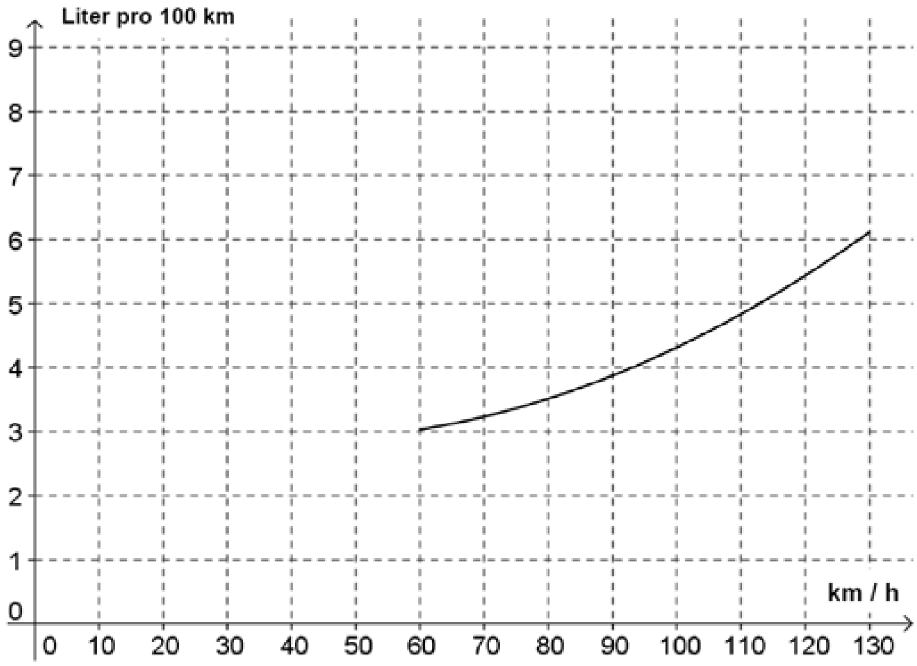



Abbildung 1

- **Gib** die fehlenden Werte in der Wertetabelle durch Ablesen aus dem Graphen **an**.
- **Bestimme** rechnerisch, bei welcher Geschwindigkeit das Auto 6 Liter pro 100 km verbraucht. (7 P)

d) **Begründe** rechnerisch, dass die Funktion $f(x)$ auch dann keine Nullstelle(n) haben kann, wenn man beliebige $x$-Werte zulässt. (4 P)

Matthias und Arslan haben sich Autos beim Autovermieter MOBILO gemietet.
Die Mietkosten bei MOBILO setzen sich folgendermaßen zusammen:

- Grundgebühr pro Tag
- fester Preis pro gefahrenem Kilometer.

Ihre Mietkosten wurden folgendermaßen abgerechnet:

| Matthias: | | Arslan: | |
|---|---|---|---|
| Dauer: | 2 Tage | Dauer: | 5 Tage |
| Strecke: | 160 km | Strecke: | 615 km |
| Mietkosten: | 134,80 € | Mietkosten: | 414 € |

$x$ soll für die Grundgebühr pro Tag und $y$ für den Preis pro Kilometer stehen.
Dann gilt: Mietkosten = $x$ · Anzahl der Tage + $y$ · Anzahl der Kilometer

e) **Bestimme** die Grundgebühr pro Tag und den Preis pro gefahrenem Kilometer bei MOBILO. (5 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2015, Ersttermin (überarbeitet)*

*Leitidee funktionaler Zusammenhang*

## Parabelflug (22 P)

Der Parabelflug (siehe Abbildung 1) ist ein besonderes Flugmanöver, bei dem für durchschnittlich 22 Sekunden ein Zustand der Schwerelosigkeit erreicht wird.

a) Während eines Fluges werden nach und nach 30 Parabeln geflogen.
**Berechne**, wie viele Minuten insgesamt der Zustand der Schwerlosigkeit erreicht wird. (3 P)

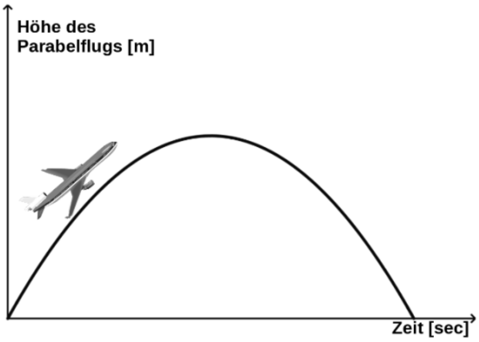


Abbildung 1

Der Parabelflug startet erst bei einer Flughöhe von 7 500 m.
Nach dem Abheben steigt das Flugzeug zunächst gleichmäßig an, um die gewünschte Flughöhe zu erreichen (siehe Abbildung 2).

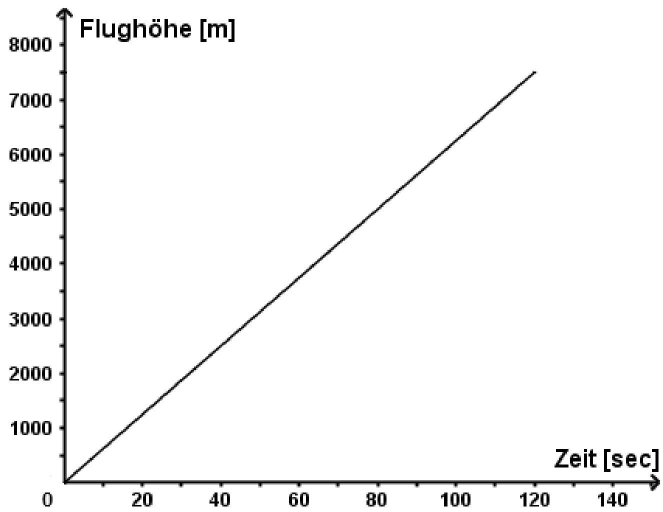


Abbildung 2

b) **Ergänze** die Tabelle durch Ablesen der Werte. (2 P)

| | | | |
|---|---|---|---|
| Zeit (sec) | 40 | 100 | |
| Flughöhe (m) | | 6 250 | 7 500 |

c) • **Wähle** durch Ankreuzen **aus**, welche Funktionsgleichung den Steigflug modellhaft beschreibt.

☐ $f_1(x) = 6\,250x$

☐ $f_2(x) = 625x$

☐ $f_3(x) = 62{,}5x$

• **Begründe** deine Entscheidung. (3 P)

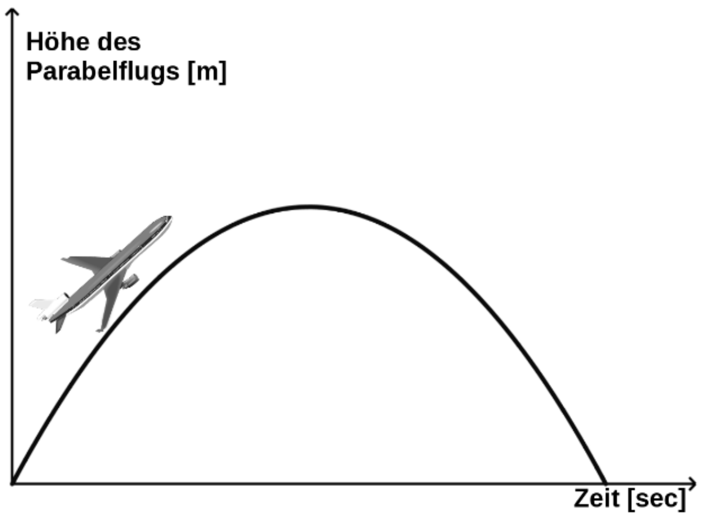



Abbildung 3

Die Abbildung 3 zeigt die Flugbahn während des Parabelfluges.
Das Koordinatensystem wurde so verschoben, dass der Start des Parabelfluges (in 7 500 m Höhe) im Ursprung liegt.

Die Flugbahn kann mit folgender Funktionsgleichung modellhaft beschrieben werden:

$$f(x) = -8{,}26x^2 + 181{,}72x$$

Dabei steht $x$ für die Zeit in Sekunden; $f(x)$ für die Höhe des Parabelfluges in Metern.

d) **Bestätige** anhand der Funktionsgleichung, dass der Parabelflug genau 22 Sekunden dauert. (5 P)

e) **Berechne** die Flughöhe, die das Flugzeug insgesamt erreicht. (4 P)

f) **Bestimme** die Funktionsgleichung eines Parabelflugs, der
- → ebenfalls 22 Sekunden dauert,
- → jedoch eine maximale Parabelhöhe von 1 210 Metern erreicht.

*Tipp: Forme in die Scheitelpunktform um.* (5 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2017, Zweittermin (überarbeitet)*

*Leitidee Funktionaler Zusammenhang*

## Wasserfontäne (22 P)

In einem Park beträgt der Eintrittspreis 4,50 Euro pro Besucher.
Pro Tag kamen durchschnittlich 1 140 Besucher.
Es wurde als Attraktion eine große Wasserfontäne gebaut.
Nun sind es durchschnittlich 2 964 Besucher pro Tag.

a) **Berechne** die durchschnittlichen Einnahmen pro Tag vor und nach dem Bau der Wasserfontäne. (3 P)

b) **Berechne**, um wie viel Prozent die Besucherzahl gestiegen ist. (3 P)

Der Park soll mit den durchschnittlich 2 964 Besuchern pro Tag 16 000 Euro Einnahmen täglich erzielen.

c) **Berechne** den Betrag, um den der Eintrittspreis steigen muss, damit diese Einnahmen erzielt werden. (3 P)

Die Wasserfontäne tritt aus einer Öffnung im Boden aus (siehe Abbildung 1).
Ihr Verlauf hat bis zum Aufprall annähernd die Form einer Parabel.
Sie wird modellhaft beschrieben durch die Funktionsgleichung

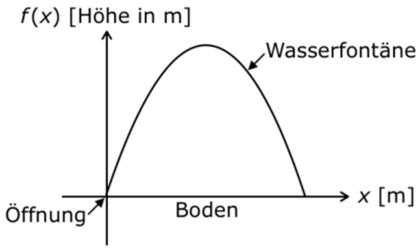


Abbildung 1

$$f(x) = -x^2 + 4x$$

$f(x)$ entspricht der Höhe der Wasserfontäne;
$x$ entspricht der Entfernung von der Öffnung im Ursprung des Koordinatensystems.

Eine Längeneinheit entspricht 1 m in der Wirklichkeit.

d) **Bestimme** die Entfernung zwischen der Öffnung und der Stelle, an der das Wasser wieder auf den Boden aufprallt. (4 P)

e) **Ermittle** die maximale Höhe, die die Wasserfontäne erreicht. (4 P)

Die Öffnung soll durch ein Rohr um 84 cm nach oben verschoben werden (siehe Abbildung 2).
Die Form der austretenden Wasserfontäne soll dabei gleich bleiben.
An der Stelle $a$ trifft der Strahl auf den Boden.
$a$ darf höchstens 4,5 m vom Ursprung des Koordinatensystems entfernt sein, da sonst Besucher nass werden könnten.

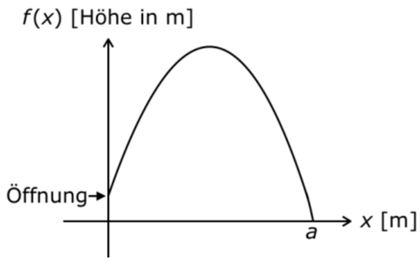


Abbildung 2

f) **Begründe**, ob die Öffnung 84 cm höher angebracht werden darf. (5 P)

*Quellen: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2016, Zweittermin (überarbeitet)*

*Leitidee Funktionaler Zusammenhang*

## Flöhe (22 P)

Flöhe sind Schädlinge, die Menschen und Tiere befallen können.

a) Ein Floh wird etwa 0,003 m lang.

**Gib** die Länge eines Flohs in Zentimetern und Millimetern **an**. (2 P)

b) Ein Hund hat Flöhe.
In der Regel sind nur 5 % der Flöhe erwachsen.
Der Rest sind Eier, Larven und Puppen.

**Berechne** bei 20 erwachsenen Flöhen die Anzahl der Eier, Larven und Puppen, die der Hund im Fell hat. (3 P)

c) Ein weiblicher Floh legt durchschnittlich 40 Eier am Tag.
Ein Floh hat bereits 278 Eier gelegt.

- **Wähle** die Funktionsgleichung **aus**, die die Gesamtanzahl der Eier nach $x$ Tagen modellhaft beschreibt.

$$(1)\ y = 40x - 278 \qquad (2)\ y = 40x^2 + 278 \qquad (3)\ y = 40x + 278$$

$x$ steht für die Anzahl der Tage;
$y$ steht für die Gesamtanzahl der Eier

- **Begründe** deine Wahl.
- **Berechne** die Anzahl der Tage, nach denen dieser Floh insgesamt 2 318 Eier gelegt hat. (7 P)

Flöhe können weit und hoch springen.

d) Ein Sprung eines Flohs (siehe Abbildung 1) lässt sich mit dem Graphen der Funktionsgleichung $f(x) = -0{,}05x^2 + 30$ annähernd modellhaft beschreiben:

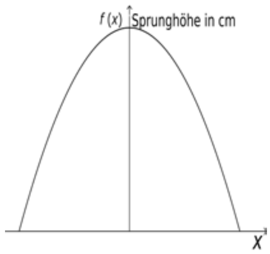



Abbildung 1

$x$ entspricht der Entfernung in Metern; $f(x)$ entspricht der Höhe des Sprungs

**Bestimme** die Höhe und die Weite von dem Sprung des Flohs. (6 P)

e) Ein anderer Floh springt weiter als der erste Floh.
- **Ermittle** eine mögliche Funktionsgleichung der Form $f(x) = ax^2 + c$ , die den Sprung dieses anderen Flohs darstellt, der weiter springt.
- **Begründe** deine Wahl. (4 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2016, Dritttermin (überarbeitet)*

*Leitidee Funktionaler Zusammenhang*

## Schützenfisch (22 P)

a) Fische gibt es seit etwa 570 Mio. Jahren.
- **Gib** die Zahl in Milliarden Jahren **an**.
- **Gib** die Zahl in Ziffern **an**. (2 P)

b) Von den 230 000 bekannten Tierarten im Meer sind 12 % Fischarten.
**Berechne** die Anzahl der Fischarten. (3 P)

c) Einige Raubfische können bei ihrer Jagd in 15 Minuten 7 000 m zurücklegen.
**Berechne** die durchschnittliche Geschwindigkeit in Kilometern pro Stunde, mit der einige Raubfisch schwimmen können. (4 P)

Schützenfische gehören zu den Raubfischen.
Sie fangen Insekten, indem sie mit einem Wasserstrahl aus dem Wasser gegen die Insekten schießen (siehe Abbildung 1).

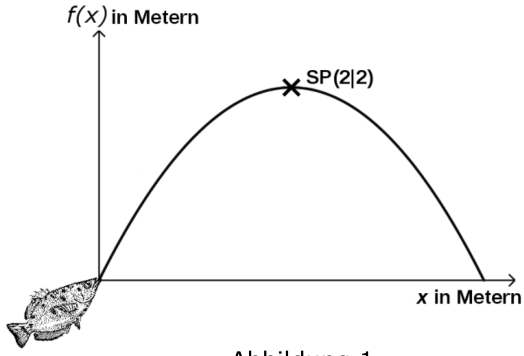


Abbildung 1

d) Bei einem Versuch, ein Insekt zu fangen, lässt sich der Wasserstrahl modellhaft mit einer der folgenden Funktionsgleichung beschreiben, wobei $x$ der Entfernung in Metern entspricht; $f(x)$ entspricht der Höhe des Wasserstrahls in Metern.

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$$

$$f_2(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$$

$$f_3(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$$

- **Wähle** die Funktionsgleichung **aus**, die diesen Wasserstrahl modellhaft beschreibt.
- **Begründe**, dass die beiden anderen Funktionsgleichungen dafür nicht in Frage kommen. (3 P)

e)
- **Gib** die maximale Höhe des Wasserstrahls **an**.
- **Bestimme** die Entfernung, nach der der Wasserstrahl wieder auf der Wasseroberfläche auftrifft. (6 P)

f) Eine Mücke sitzt 1 m über der Wasseroberfläche an einem Schilfrohr.
Ein Schützenfisch schießt mit einem Wasserstrahl auf die Mücke.
Die getroffene Mücke fällt senkrecht auf die Wasseroberfläche.
Dieser Wasserstrahl lässt sich mit folgender Funktionsgleichung modellhaft beschreiben:

$$g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1{,}05x$$

**Ermittle** die direkte Entfernung, die der Fisch zurücklegen muss, um die Mücke auf der Wasseroberfläche zu erreichen. (4 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2017, Dritttermin (überarbeitet)*

## 5.3 Aufgaben zur Leitidee Daten und Zufall

### Schweinerei (22 P)

Bei dem Spiel „Schweinerei“ würfelt man mit kleinen Schweinen aus Plastik anstatt mit normalen Spielwürfeln.
Die Schweine können dabei in unterschiedlichen Lagen landen (siehe Tabelle 1).
Zu jeder dieser Lagen gibt der Hersteller eine Wahrscheinlichkeit an, mit der diese Lage auftritt.

| **Beschreibung der Lage** | **Bild** | **Name** | **Wahrscheinlichkeit der Lage** |
|---|---|---|---|
| Das Schwein landet auf der Seite. |  | „Sau“ | $P(\text{Sau}) = 0{,}65$ |
| Das Schwein landet auf dem Rücken. |  | „Suhle“ | $P(\text{Suhle}) = 0{,}26$ |
| Das Schwein landet auf allen vier Beinen. |  | „Haxe“ | $P(\text{Haxe}) = 0{,}06$ |
| Das Schwein landet auf der Schnauze. |  | „Schnauze“ | $P(\text{Schnauze}) = 0{,}03$ |

Tabelle 1 (*Fotos: BSB Hamburg*)

a) **Gib** die Wahrscheinlichkeit für die Lage „Sau“ in Prozent und als Bruch **an**. (2 P)

b) Ein kleines Schwein aus Plastik wurde getestet und wurde dafür 2 000-mal geworfen.
Die Ergebnisse wurden in der Tabelle 2 festgehalten.
**Berechne** schrittweise in geeigneter Reihenfolge die fehlenden Daten in der Tabelle 2. (5 P)

| Lage | „Sau“ | „Suhle“ | „Haxe“ | „Schnauze“ | Summe |
|---|---|---|---|---|---|
| absolute Häufigkeit | | 498 | | 71 | 2 000 |
| relative Häufigkeit | | | 0,0645 | | 1 |

Tabelle 2

c) • **Entscheide**, ob die Daten in der Tabelle 2 die Herstellerangaben aus Tabelle 1 bestätigen.
• **Interpretiere** eventuelle Abweichungen. (3 P)

Für die weiteren Aufgabenteile sollen die Herstellerangaben (siehe Tabelle 1) zugrunde gelegt werden.

d) Ein kleines Schwein aus Plastik wird nacheinander zweimal geworfen.
- **Ermittle** die Wahrscheinlichkeit, dass das Schwein beide Male auf „Sau" liegt.
- **Ermittle** die Wahrscheinlichkeit, dass das Schwein beim ersten Mal auf „Haxe" liegt und beim zweiten Mal nicht. (5 P)

Auf einem Schulfest bietet die Klasse 10a ein Gewinnspiel an.
Das kleine Schwein aus Plastik wird dabei dreimal geworfen.
Sie berechnen die Gewinnwahrscheinlichkeiten und erstellen folgende Tabelle (siehe Tabelle 3) mit gerundeten Gewinnwahrscheinlichkeiten:

| **Ereignis** | **dreimal „Sau"** | **mindestens einmal „Schnauze"** | **dreimal „Suhle"** |
|---|---|---|---|
| **Gewinn-wahrscheinlichkeit** | 27,5 % | 8,7 % | 1,8 % |
| **Auszahlung** | 2 € | 3 € | 5 € |

Tabelle 3

e) **Bestätige**, dass die Wahrscheinlichkeit mindestens einmal „Schnauze" zu werfen, bei etwa 8,7 % liegt. (3 P)

f) Der Einsatz beträgt 1 €.
**Zeige**, dass die Klasse 10a langfristig Einnahmen erwarten kann. (4 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Realschulabschluss und diesem gleichwertige Abschlüsse; Hinweise und Beispiele zu den zentralen schriftlichen Prüfungsaufgaben und Handreichungen zum Rahmenplan Mathematik (überarbeitet)*

*Leitidee Daten und Zufall*

## Stadtbus (22 P)

Die Klasse 10b hat die Pünktlichkeit von drei Buslinien untersucht.
Es wurden gleich viele Fahrten pro Buslinie beobachtet.
Die Anzahl der Verspätungen ist in dieser Tabelle dargestellt:

| Nummer der Buslinie | 6 | 39 | 145 |
|---|---|---|---|
| Anzahl der Verspätungen | 75 | 57 | 18 |

a) **Bestätige,** dass insgesamt 150 Verspätungen gezählt worden sind. (2 P)

b) **Berechne** die durchschnittliche Anzahl an Verspätungen der Buslinien. (2 P)

c) • **Wähle** das Kreisdiagramm **aus**, das die untersuchten Verspätungen der drei Buslinien richtig darstellt (siehe Abbildung 1).

• **Begründe**, dass die anderen beiden Kreisdiagramme die Verteilung nicht darstellen. (5 P)

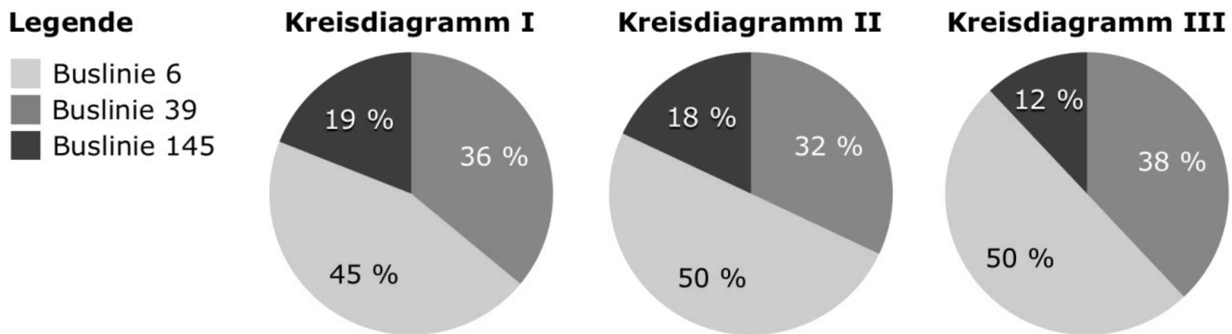
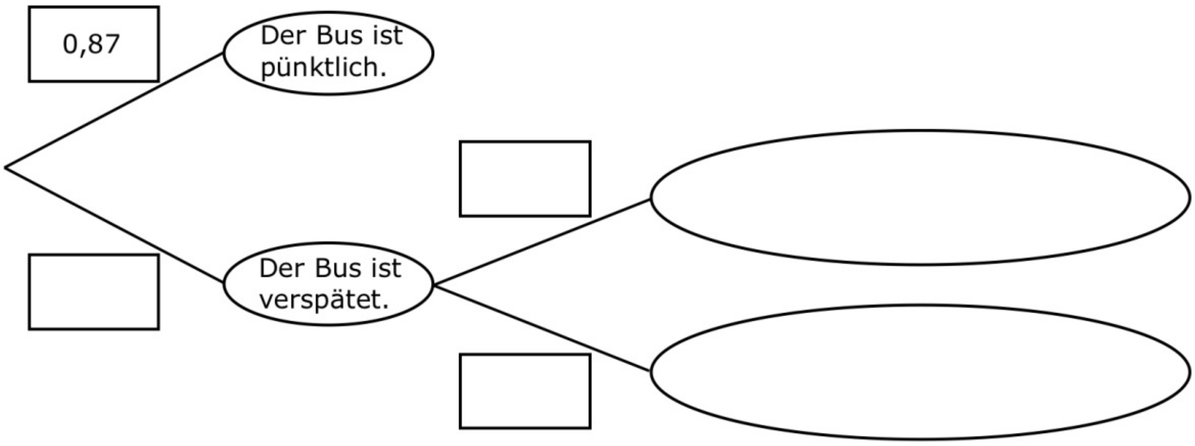



Abbildung 1

Auf der Buslinie 252 fahren 87 % der Busse pünktlich.
Ist ein Bus verspätet, soll der Fahrer die Verspätung in einer App melden, was aber nur in 65 % aller Fälle geschieht.

d) ● **Gib** beim folgenden Baumdiagramm in den leeren Feldern die fehlenden Beschriftungen und Wahrscheinlichkeiten **an**.




● **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit in Prozent, dass ein Bus der Linie 252 verspätet ist und der Fahrer die Verspätung in der App meldet. (8 P)

e) Fiona behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit, dass drei Busse hintereinander pünktlich sind, ist größer als 50 %."
Kubilay behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer von fünf Bussen verspätet ist, beträgt 90 %."
**Beurteile** die beiden Aussagen. (5 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2017, Dritttermin (überarbeitet)*

*Leitidee Daten und Zufall*

## (Gezinkte) Münzen (22 P)

a) In einer Dose hat Peter sechs 20-Cent-Münzen.
Davon sind zwei Münzen gezinkt (manipuliert).
Das sieht man den Münzen nicht an.
Peter nimmt eine Münze aus der Dose.

Foto: *BSB Hamburg*

**Gib** in Prozent **an**, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass die gezogene Münze nicht gezinkt ist. (2 P)

b) Peter wirft seine Münze 25-mal.
Er notiert folgende Ergebnisse für die Ereignisse Kopf (K) und Zahl (Z):

K K K Z K Z Z Z K Z Z K Z Z K Z K K Z K K K Z Z Z

**Ergänze** die Tabelle: (5 P)

| Ergebnis | absolute Häufigkeit | relative Häufigkeit (als Bruch) | relative Häufigkeit (in Prozent) |
|---|---|---|---|
| Kopf (K) | | $\frac{12}{25}$ | |
| Zahl (Z) | | | |
| Summe | 25 | $\frac{25}{25}$ | 100 % |

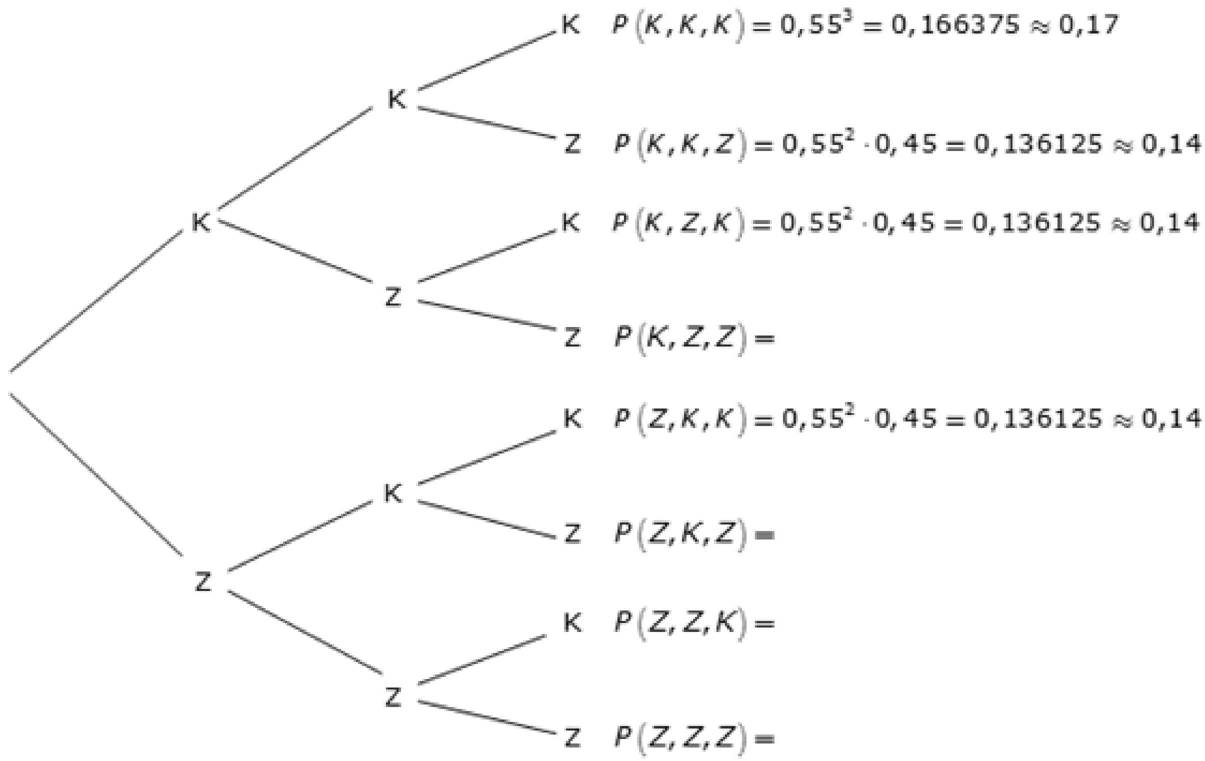
c) Peter legt seine Münze zurück, Karl nimmt eine neue Münze aus der Dose.
Sie wissen nicht, dass diese Münze gezinkt ist.
Das heißt, dass in 55 % der Fälle „Kopf" (K) gezeigt wird, wenn die Münze geworfen wird.
Die andere Seite der Münze zeigt die „Zahl" (Z).

Mit dreimaligen Werfen der Münze wollen sie entscheiden, wer den nächsten Film aussuchen darf und vereinbaren die folgende **Gewinnregel**:

Peter gewinnt, wenn mindestens zweimal „Kopf" fällt.
Karl gewinnt in den anderen Fällen.

- **Gib** alle möglichen Ausgänge des Spiels **an**, bei denen Karl gewinnen würde.
- **Begründe**, warum die Wahrscheinlichkeit für „Zahl" bei einmaligem Wurf mit der gezinkten Münze $\frac{9}{20}$ ist. (4 P)

d) • **Berechne** die im Baumdiagramm fehlenden Wahrscheinlichkeiten.
• **Gib an**, wer von den beiden jeweils gewinnt. (6 P)




Peter vermutet, dass er mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % gewinnt.

e) • **Ermittle** den genauen Wert der Wahrscheinlichkeit, dass Peter bei Verwendung der gezinkten Münze und der oben genannten Gewinnregel gewinnt.
• **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit, dass Peter zweimal hintereinander gewinnt. (5 P)

*Quellen: Realschulabschlussprüfung Hamburg 2011, Dritttermin (überarbeitet);*
*Mittlerer Schulabschluss – Mathematik/ Hinweise und Beispiele zu den zentralen Prüfungsaufgaben, Hamburg 2013 (überarbeitet)*

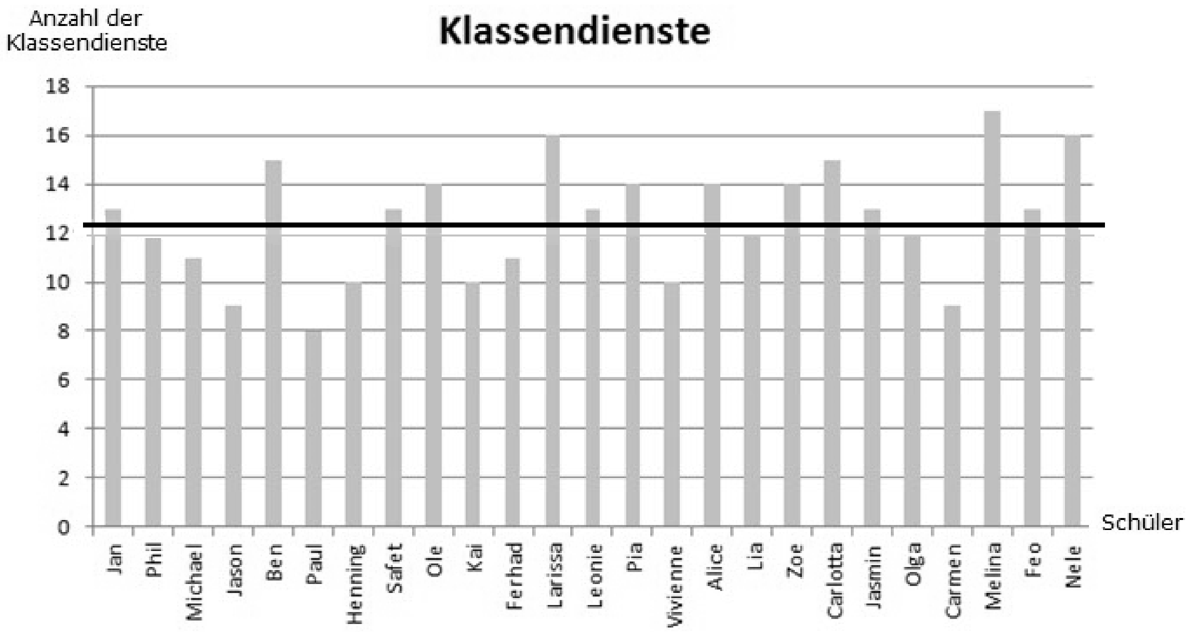
*Leitidee Daten und Zufall*

## Klassendienste (22 P)

In einer Klasse sind 25 Schülerinnen und Schüler.
Für die Klassendienste werden 8 Kinder gebraucht.
Sie werden einmal pro Woche ermittelt, indem ihr Namensschild zufällig aus einer Box gezogen wird.
Nach der Ziehung werden die Namensschilder wieder in die Box gelegt.

a) **Bestätige**, dass der Anteil der Kinder, die für einen Klassendienst gebraucht werden, 32 % beträgt. (2 P)

Der Klassenlehrer notiert sich während des Schuljahres, wer wie oft einen Klassendienst ausgeübt hat.
Er stellt sein Ergebnis in einem Säulendiagramm dar.



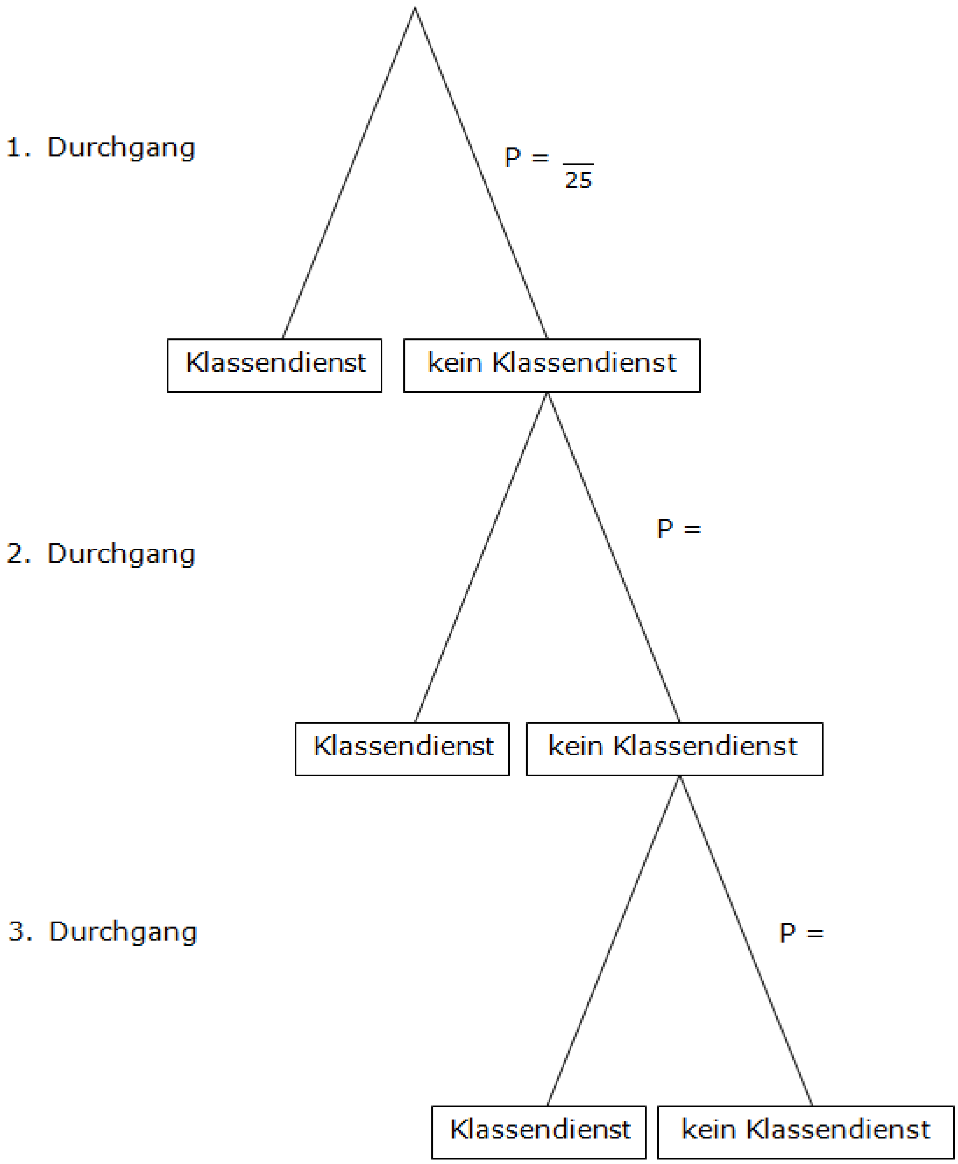

b) • **Berechne** die Spannweite der Werte.
- **Interpretiere** die Bedeutung der horizontalen Linie, die etwas dicker eingezeichnet wurde.
- **Berechne** den Schnittpunkt der $y$-Achse mit dieser Linie. (6 P)

c) Karl meint: „Ich habe nun dreimal hintereinander einen Klassendienst erledigen müssen. Nun werde ich auf keinen Fall mehr dran kommen!"
**Entscheide**, ob Karl recht hat. (3 P)

d) **Berechne** die Wahrscheinlichkeit in Prozent, einen Klassendienst dreimal hintereinander ausführen zu müssen. (3 P)

Der Klassenlehrer entscheidet sich für das nächste Schuljahr, die gezogenen Namensschilder nach dem Ziehen nicht wieder in die Box zu legen.
Erst nach 3 Durchgängen legt er die Namensschilder wieder zurück in die Box, so dass bis auf ein Kind alle drankommen.

e) • **Vervollständige** das Baumdiagramm.




- **Ermittle** die Wahrscheinlichkeit, bei diesem Verfahren innerhalb von 3 Wochen keinen Klassendienst zugewiesen zu bekommen. (6 P)

f) **Beurteile**, ob dieses Verfahren nach 6 gemeinsamen Schuljahren fairer ist als das vorherige. (2 P)

*Quelle: Beispielaufgaben für die schriftliche Prüfung zum mittleren Schulabschluss im Fach Mathematik 2015 (überarbeitet)*

*Leitidee Daten und Zufall*

## Eiskunstlauf (22 P)

In Deutschland nimmt das Interesse an der Sportart Eiskunstlauf ab (siehe Tabelle 1):

| Jahr | Anzahl der Personen, die sich für Eiskunstlauf interessieren |
|---|---|
| 2012 | 5 940 000 |
| 2014 | 5 760 000 |
| 2016 | 5 530 000 |

Tabelle 1

a) **Berechne** die Differenzen von der Anzahl der Personen, die sich für Eiskunstlauf interessieren, zwischen den Jahren 2012 und 2014 sowie zwischen den Jahren 2014 und 2016. (2 P)

Bei der Eiskunstlauf-Show „Holiday on Ice" werden die folgenden Eintrittskarten verkauft (siehe Tabelle 2):

| Kategorie | Parkett | Loge | VIP |
|---|---|---|---|
| Preis pro Eintrittskarte | 6 Euro | 8 Euro | 10 Euro |
| Anzahl der verkauften Eintrittskarten | 3 600 | 2 400 | 1 200 |

Tabelle 2

b) **Berechne** die Gesamteinnahmen durch den Verkauf aller Eintrittskarten. (3 P)

c) Hannes hat zu den Anzahlen der verkauften Eintrittskarten aus Tabelle 2 ein Kreisdiagramm gezeichnet (siehe Abbildung 1).

**Nenne** 5 Fehler dieses Kreisdiagramms. (5 P)

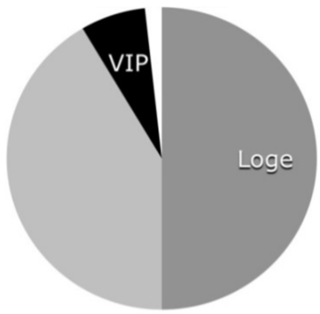



Abbildung 1

d) Nala ist Eiskunstläuferin und möchte 2 Sprünge zeigen.
Sie weiß, dass sie den ersten Sprung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 fehlerfrei beherrscht, den zweiten mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,8.

- **Zeichne** ein vollständiges Baumdiagramm mit den Beschriftungen.
- **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit in Prozent, dass beide Sprünge fehlerfrei gelingen.

(9 P)

Nala kann mittlerweile 5 verschiedene Sprünge.
Diese möchte sie hintereinander vorführen.
Dabei darf sie die Reihenfolge selbst bestimmen.
Sie meint, dass es mehr als 100 verschiedene Reihenfolgen gibt.

e) **Entscheide**, ob diese Aussage wahr ist. (3 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2017, Dritttermin (überarbeitet)*

*Leitidee Daten und Zufall*

**Fremdsprachen** (22 P)

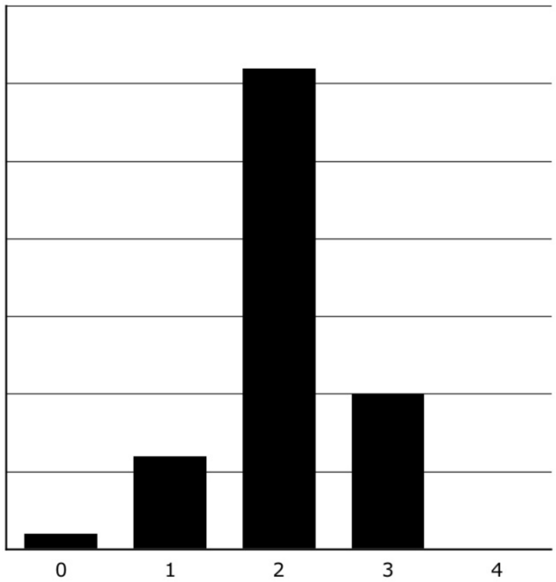
Die Klasse 10a bearbeitet in der Projektwoche das Thema „Viele Sprachen – eine Welt".
Sie möchte wissen, welche Fremdsprachenkenntnisse die Menschen in Hamburg besitzen.
Eine von der Klasse erstellte Umfrage führt zu dem folgenden Ergebnis:

| Anzahl erlernter Fremdsprachen | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| absolute Häufigkeit | 9 | 54 | 279 | 90 | 18 |

a) **Bestätige,** dass 450 Personen befragt worden sind. (2 P)

b) **Berechne** die durchschnittliche Anzahl erlernter Fremdsprachen. (3 P)

c) • **Berechne** den prozentualen Anteil der Befragten, die drei Fremdsprachen sprechen.
• **Vervollständige** das Säulendiagramm (mit Beschriftung), welches das Umfrageergebnis mit relativen Häufigkeiten angibt. (6 P)




Der Hersteller vom Übersetzungsprogramm „LINGUA 7" wirbt damit, dass ein Satz in 60 % aller Fälle richtig übersetzt wird.
Die Schüler der Klasse 10a möchten nacheinander zwei Sätze übersetzen lassen.

d) Inga erstellt zu der Werbung das folgende Baumdiagramm (siehe Abbildung 1).

**Nenne** die drei Fehler in diesem Baumdiagramm. (3 P)

R = richtige Übersetzung
F = falsche Übersetzung

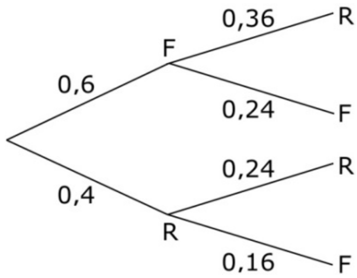



Abbildung 1

e) **Ermittle** die Wahrscheinlichkeit in Prozent, dass genau einer der beiden Sätze richtig übersetzt wird. (4 P)

Der Hersteller von LINGUA 7 liefert ein Update und wirbt nun mit dem Satz:

„Die Anzahl falscher Sätze wurde halbiert, 90 % aller Sätze werden nun richtig übersetzt."

f) **Beurteile** diese Aussage. (4 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2016, Dritttermin (überarbeitet)*

*Leitidee Daten und Zufall*

**Blutgruppen** (22 P)

Jeder Mensch besitzt eine ganz bestimmte Blutgruppe: A, B, AB oder 0.
Die Verteilung der Blutgruppen ist von Land zu Land unterschiedlich.
In Deutschland sieht die Verteilung der Blutgruppen folgendermaßen aus:

| Blutgruppe | A | B | AB | 0 |
|---|---|---|---|---|
| Verteilung | 43 % | 11 % | 5 % | |

a) **Bestätige** durch Rechnung, dass 41 % der Bevölkerung die Blutgruppe 0 haben. (1 P)

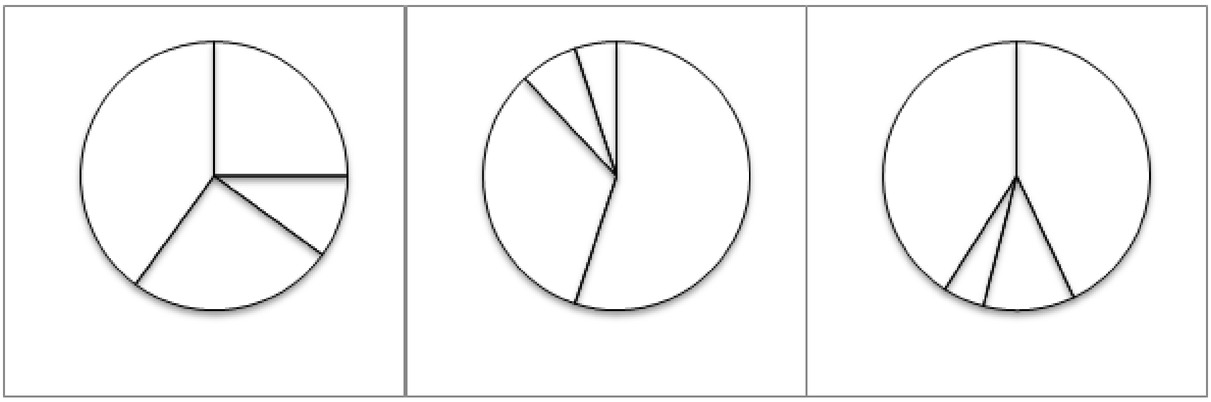
Deutschland hat derzeit ungefähr 81,89 Millionen Einwohner.

b) • **Wähle** mit Hilfe der Tabelle die richtige Blutgruppe durch Ankreuzen **aus**.

Etwa 9 Mio. Einwohner haben …
○ die Blutgruppe A.
○ die Blutgruppe B.
○ die Blutgruppe AB.
○ die Blutgruppe 0.

• **Berechne**, wie viele Einwohner Deutschlands die Blutgruppe A haben. (4 P)

c) • **Wähle** das Kreisdiagramm **aus**, welches die Verteilung der Blutgruppen in Deutschland korrekt darstellt.
• **Begründe**, warum die beiden anderen Kreisdiagramme die Verteilung nicht richtig darstellen. (3 P)



A B C

Bei einer Blutspende wird dem Spender ungefähr 500 mℓ Blut entnommen.
Zwischen zwei Blutspenden ist eine Ruhezeit von 58 Tagen vorgeschrieben.
Der Spender muss mindestens 18 Jahre alt sein und darf das Alter von 69 Jahren nicht überschritten haben.

Sebastian ist 47 Jahre alt und behauptet, er habe in seinem Leben schon über 100 Liter Blut gespendet.

d) • **Berechne** die maximale Anzahl der Jahre, in denen Sebastian Blut spenden konnte.
• **Entscheide**, ob Sebastians Aussage stimmen kann. (4 P)

Eine Bluttransfusion ist nur möglich, wenn Spender und Empfänger die gleiche Blutgruppe haben.
Aus einer Kartei von Blutspendern werden zufällig zwei Personen ausgewählt.

e) • **Berechne** die Wahrscheinlichkeit, dass beide Personen die Blutgruppe B haben.
• **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit, dass beide Personen die gleiche Blutgruppe haben. (7 P)

In der Klasse 10b sind 21 Schülerinnen und Schüler.

f) **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine Schülerin oder ein Schüler aus der Klasse die Blutgruppe AB besitzt. (3 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2015, Haupttermin (überarbeitet)*

*Leitidee Daten und Zufall*

## Hamburg-Marathon (22 P)

Seit dem Jahr 1986 findet der Hamburg-Marathon jedes Jahr statt.
Die Strecke ist 42,195 km lang.

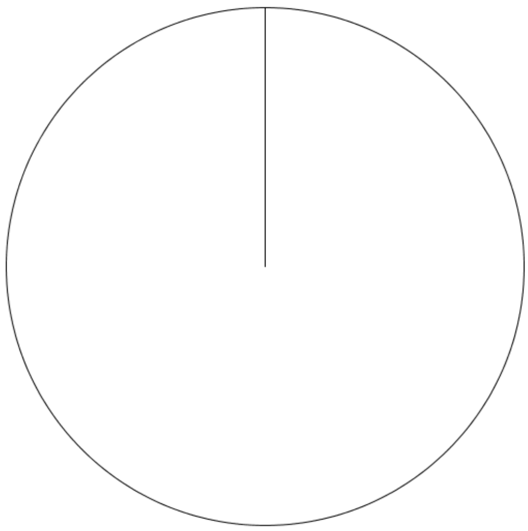
a) Der schnellste Läufer lief im Jahr 2015 die Strecke in 2 Stunden 7 Minuten und 17 Sekunden.
**Berechne** seine Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h. (3 P)

b) Georg brauchte beim Hamburg-Marathon durchschnittlich für einen Kilometer 4,25 Minuten.
**Entscheide** mit Hilfe einer Rechnung, ob er die Strecke unter 3 Stunden geschafft hat. (3 P)

In der folgenden Tabelle wird dargestellt, wie viele Läufer das Ziel erreicht haben.

| Jahr | Läufer gesamt | davon weiblich |
|---|---|---|
| 2015 | 14 753 | 3 359 |
| 1986 | 6 957 | 633 |

c)
- **Bestätige**, dass der prozentuale Anteil der weiblichen Läufer, die das Ziel erreicht haben, im Jahr 2015 etwa 23 % betrug.
- **Zeichne** für das Jahr 2015 den Anteil der weiblichen und männlichen Läufer, die das Ziel erreicht haben, in das Kreisdiagramm.
- **Vervollständige** das Kreisdiagramm mit einer Beschriftung. (5 P)



d) Georg behauptet, dass im Jahr 2015 ungefähr fünfmal so viele Frauen ins Ziel gekommen sind wie im Jahr 1986.
Vera meint, es wären zweieinhalbmal so viele, wenn man die jeweiligen Anteile vergleicht.
**Begründe**, dass beide Aussagen richtig sind. (4 P)

Jeder Läufer bekommt eine Startnummer, die er sichtbar auf der Brust tragen muss.
Wir nehmen im Folgenden an, dass die Startnummern von 1 bis einschließlich 20 000 fortlaufend vergeben werden.
Georg glaubt, dass ihm die „4“ Glück bringt.

e) **Bestimme** die Wahrscheinlichkeit, dass Georgs Startnummer mit der Ziffer 4 beginnt. (4 P)

f) **Ermittle** die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einmal die Ziffer 4 in seiner Startnummer vorkommt. (3 P)

*Quelle: Abschlussprüfung zum Mittleren Schulabschluss Hamburg 2016, Haupttermin (überarbeitet)*